2022 年全国中学生数学奥林匹克竞赛（预赛）
暨 2022 年全国高中数学联合竞赛（B1 卷）

一、填空题：本大题共 8 小题，每小题 10 分，满分 80 分.

1. 若等差数列$\{a_n\}$的各项非零，且$\dfrac{a_1+a_2}{a_3}=4$，则$\dfrac{a_5+a_6}{a_7}$的值为_____.

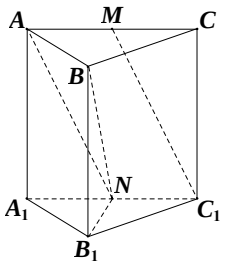
2. 在平面直角坐标系中，圆Ω的方程为$x^2+y^2-20x-22y-2022=0$，则圆Ω的面积为_____.

3. 将一枚质地均匀的骰子连续掷两次，则后一次所得点数不小于前一次所得点数的概率为_____.

4. 设$\alpha,\beta\in\mathbf{R}$，若$\tan(\alpha+\beta)=2$, $\tan(\alpha+2\beta)=3$，则$\tan\alpha$的值为_____.

5. 设z_0为复数，集合$A=\{z_0+\mathrm{i}^k\mid k\in\mathbf{Z}\}$（$\mathrm{i}$为虚数单位）．若$A$的所有元素之和为$8+8\mathrm{i}$，则$A$的所有元素之积为_____.

6. 如图，已知正三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的所有棱长都相等，棱AC, A_1C_1的中点分别为M, N，则异面直线BN与C_1M所成的角的余弦值为_____.



7. 设实数k,l,m满足：函数$y=(x+1)(x^2+kx+l)$的图像有对称中心$(1,0)$，且与函数$y=x^3+m$的图像有公共点，则$k+l+m$的取值范围是_____.

8. 有四所学校的学生参加一项数学竞赛，每所学校派出3名选手．组委会要抽选其中若干名选手做一项调研，要求任意两所学校被抽中的选手数之和至少为1、至多为3，则不同的抽选方式数为_____（结果用数值表示）.

二、解答题：本大题共 4 小题，满分 120 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

9.（本题满分 20 分）解方程：$\left|\lg 10x\right|=\left|\lg(x^2)\right|-1$．

10.（本题满分 20 分）在平面直角坐标系 xOy 中，x 轴正半轴上的两个动点 A、B 满足 $\left|OB\right|-\left|OA\right|=2022$，抛物线 $\Gamma: y^2=4x$ 上一点 P 满足 $PA\perp AB$，过点 P 作 Γ 的切线 l，记点 B 到直线 l 的距离为 d．求 d 的最小值，并求出当 d 取到最小值时数量积 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 的值．

11.（本题满分 40 分）对任意三个两两不同的非负实数 a,b,c，定义

$$S(a,b,c)=\frac{3b+4c}{|a-b|}+\frac{3c+4a}{|b-c|}+\frac{3a+4b}{|c-a|},$$

并设 $S(a,b,c)$ 能取到的最小值为 m_0．

(1) 证明：当 a,b,c 均为正数时，$S(a,b,c)>m_0$；

(2) 求所有非负实数组 (x,y,z)，使得 $S(x,y,z)=m_0$．

12.（本题满分 40 分）对每个正整数 n，将形如 $n^a+2(n+1)^b-2(n+2)^c$（a,b,c 为正整数）的整数称为“$n-$有趣数”．

(1) 判断 2022 是否为 $2-$有趣数，说明理由；

(2) 求所有正整数 n，使得存在两个 $n-$有趣数互为相反数．