第 32 届全国中学生物理竞赛预赛试题及参考答案

试题

一、选择题（在每小题给出的 4 个选项中，有的小题只有一项符合题意，有的小题有多项符合题意. 把符合题意的选项前面的英文字母写在每小题后面的方括号内。）

1．2014 年 3 月 8 日凌晨 2 点 40 分，马来西亚航空公司一架波音 777-200 飞机与管制中心失去联系。2014 年 3 月 24 日晚，初步确定失事地点位于南纬 31°52′、东经 115°52′的澳大利亚西南城市珀斯附近的海域。有一颗绕地球做匀速圆周运动的卫星，每天上午同一时刻在该区域正上方对海面拍照，则[　　]

A．该卫星一定是地球同步卫星

B．该卫星轨道平面与南纬 31°52′所确定的平面共面

C．该卫星运行周期一定是地球自转周期的整数倍

D．地球自转周期一定是该卫星运行周期的整数倍

2．$^{238}_{92}\mathrm{U}$（铀核）衰变为$^{222}_{88}\mathrm{Rn}$（氡核）要经过[　　]

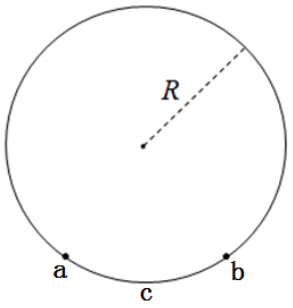
A．8 次α衰变，16 次β衰变

B．3 次α衰变，4 次β衰变

C．4 次α衰变，16 次β衰变

D．4 次α衰变，4 次β衰变

3．如图，一半径为R的固定的光滑绝缘圆环，位于竖直平面内；环上有两个相同的带电小球 a 和 b（可视为质点），只能在环上移动，静止时两小球之间的距离为R。现用外力缓慢推左球 a 使其到达圆环最低点 c，然后撤除外力。下列说法正确的是[　　]



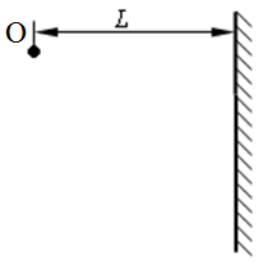
A．在左球 a 到达 c 点的过程中，圆环对 b 球的支持力变大

B．在左球 a 到达 c 点的过程中，外力做正功，电势能增加

C．在左球 a 到达 c 点的过程中，a、b 两球的重力势能之和不变

D．撤除外力后，a、b 两球在轨道上运动过程中系统的能量守恒

4．如图，O 点是小球平抛运动抛出点；在 O 点有一个频闪点光源，闪光频率为 30Hz；在抛出点的正前方，竖直放置一块毛玻璃，小球初速度与毛玻璃平面垂直。在小球抛出时点光源开始闪光。当点光源闪光时，在毛玻璃上有小球的一个投影点。已知图中 O 点与毛玻璃水平距离$L=1.20$ m，测得第一、二个投影点之间的距离为 0.05 m。取重力加速度$g=10\ \mathrm{m/s^2}$。下列说法正确的是[　　]



A．小球平抛运动的初速度为 4 m/s

B．小球平抛运动过程中，在相等时间内的动量变化不相等

C．小球投影点的速度在相等时间内的变化量越来越大

D．小球第二、三个投影点之间的距离 0.15 m

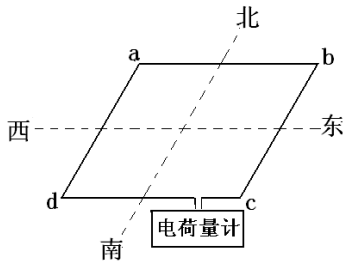
5. 某同学用电荷量计（能测出一段时间内通过导体横截面的电荷量）测量地磁场强度，完成了如下实验：如图，将面积为S、电阻为R的矩形导线框 abcd 沿图示方位水平放置于地面上某处，将其从图示位置绕东西轴转 180°，测得通过线框的电荷量为Q_1；将其从图示位置绕东西轴转 90°，测得通过线框的电荷量为Q_2。该处地磁场的磁感应强度大小为[　　]

A．$\frac{R}{S}\sqrt{\frac{Q_1^2}{4}+Q_2^2}$

B．$\frac{R}{S}\sqrt{Q_1^2+Q_2^2}$

C．$\frac{R}{S}\sqrt{\frac{Q_1^2}{2}+Q_1Q_2+Q_2^2}$

D．$\frac{R}{S}\sqrt{Q_1^2+Q_1Q_2+Q_2^2}$



二、填空题（把答案填在题中的横线上.只要给出结果，不需写出求得结果的过程。）

6. 水平力F方向确定，大小随时间的变化如图 a 所示；用力F拉静止在水平桌面上的小物块，在F从 0 开始逐渐增大的过程中，物块的加速度a随时间变化的图像如图 b 所示。重力加速度大小为10 m/s^2。由图示可知，物块与水平桌面间的最大静摩擦力为_____；物块与水平桌面间的动摩擦因数为_____；在 0~4s 时间内，合外力对物块所做的功为_____。

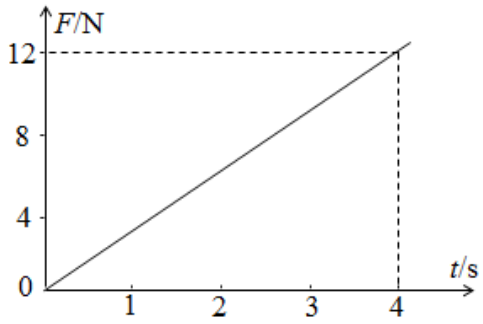


图 a

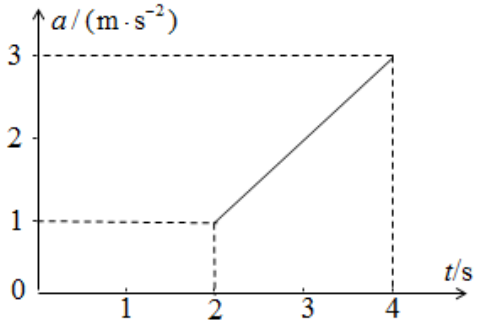
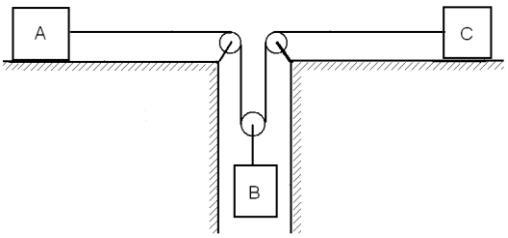


图 b

7．如图，物块 A、C 置于光滑水平桌面上，通过轻质滑轮和细绳悬挂物块 B，物块 A、B 的质量均为 2 kg，物块 C 的质量为1 kg，重力加速度大小为 10 m/s^2。



（1）若固定物块 C，释放物块 A、B，则物块 A、B 的加速度之比为_____；细绳的张力为_____。

（2）若三个物块同时由静止释放，则物块 A、B 和 C 加速度之比为_____。

8.（10 分）2011 年 8 月中国发射的宇宙飞船“嫦娥二号”在完成探月任务后，首次从绕月轨道飞向日地延长线上的拉格朗日点，在该点，“嫦娥二号”和地球一起同步绕太阳做圆周运动。已知太阳和地球的质量分别为 M_S 和 M_E，日地距离为 R。该拉格朗日点离地球的距离 x 满足的方程为_____，由此解得 $x \approx$ _____。（已知当 $\lambda << 1$ 时，$(1+\lambda)^n \approx 1+n\lambda$。）

9．在“利用电流传感器（相当于理想电流表）测定干电池电动势和内阻”的实验中，某同学利用两个电流传感器和定值电阻 $R_0 = 2000\,\Omega$ 以及滑动变阻器，设计了如图 a 所示的电路，进行实验。该同学测出的实验数据如下表所示

	1	2	3	4	5
I_1(mA)	1.35	1.30	1.20	1.10	1.05
I_2(A)	0.30	0.40	0.60	0.80	0.90

表中 I_1 和 I_2 分别是通过电流传感器 1 和 2 的电流。该电流的值通过数据采集器输入到计算机，数据采集器和计算机对原电路的影响可忽略。

（1）在图 b 中绘出 I_1~I_2 图线；

（2）由 I_1~I_2 图线得出，被测电池的电动势为_____V，内阻为_____Ω。

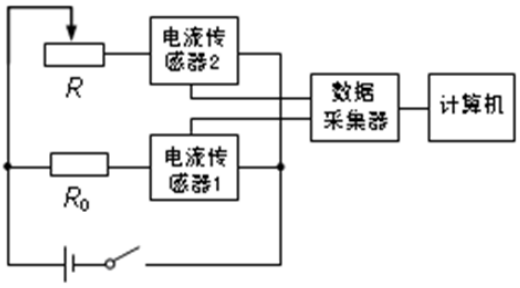


图 a

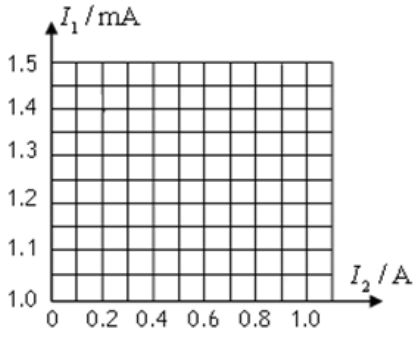


图 b

10．某金属材料发生光电效应的最大波长为 λ_0，将此材料制成一半径为 R 的圆球，并用绝缘线悬挂于真空室内。若以波长为 λ（$\lambda < \lambda_0$）的单色光持续照射此金属球，该金属球发生光电效应所产生光电子的最大初动能为_____，此金属球可带的电荷量最多为_____。(设无穷远处电势为零，真空中半径为 r 带电量为 q 的导体球的电势为 $U = k\dfrac{q}{r}$。)

三、计算题（计算题的解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤，只写出最后结果的不能得分．有数值计算的，答案中必须明确写出数值和单位。）

11．某机场候机楼外景如图 a 所示。该候机楼结构简化图如图 b 所示：候机楼侧壁是倾斜的，用钢索将两边斜壁系住，在钢索上有许多竖直短钢棒将屋面支撑在钢索上。假设每边斜壁的质量为 m，质量分布均匀；钢索与屋面（包括短钢棒）的总质量为 $\dfrac{m}{2}$，在地面处用铰链与水平地面连接，钢索固定于斜壁上端以支撑整个屋面，钢索上端与斜壁的夹角为 30°；整个系统左右对称。求

（1）斜壁对钢索的拉力的大小；

（2）斜壁与地面的夹角。



图 a

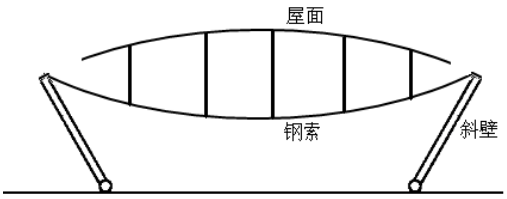
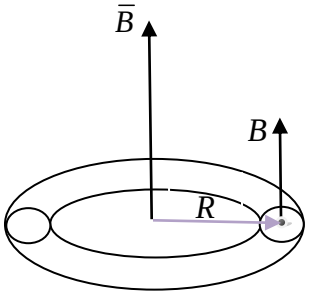


图 b

12．从左至右在同一水平地面上依次有 3 个质点 a、b、c，且三者共线，a 与 b 相距 l_1，b 与 c 相距 l_2。现同时将它们从其初始位置抛出。已知质点 b 以初速度 v_0 竖直上抛，质点 c 以某一初速度竖直上抛。设在这 3 个质点的运动过程中，a 能碰到质点 b 和 c；并假设质点 a 的质量远大于质点 b 的质量，且 a 与 b 碰撞时间极短。求质点 c 的初速度 v_c 和质点 a 的初速度所满足的条件。所求的结果均用题中的已知量表示出来。

13．有一块长条形的纯净半导体硅，其横截面积为 $2.5\ \mathrm{cm}^2$，通有电流 2mA 时，其内自由电子定向移动的平均速率为 7.5×10^{-5} m/s，空穴定向移动的平均速率为 2.5×10^{-5} m/s。已知硅的密度为 $2.4\times10^{3}\ \mathrm{kg/m}^3$，原子量是 28。电子的电荷量大小为 $e=1.6\times10^{-19}$ C。若一个硅原子至多只释放一个自由电子，试估算此半导体材料中平均多少个硅原子中才有一个硅原子释放出自由电子？阿伏伽德罗常数为 $N_0=6.02\times10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$。

14．电子感应加速器利用变化的磁场来加速电子。电子绕平均半径为 R 的环形轨道（轨道位于真空管道内）运动，磁感应强度方向与环形轨道平面垂直。电子被感应电场加速，感应电场的方向与环形轨道相切。电子电荷量为 e。

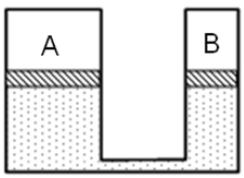


（1）设电子做圆周运动的环形轨道上的磁感应强度大小的增加率为 $\frac{\Delta B}{\Delta t}$，求在环形轨道切线方向感应电场作用在电子上力；

（2）设环形轨道平面上的平均磁感应强度大小的增加率为 $\frac{\Delta \bar{B}}{\Delta t}$，试导出在环形轨道切线方向感应电场作用在电子上力与 $\frac{\Delta \bar{B}}{\Delta t}$ 的关系；

（3）为了使电子在不断增强的磁场中沿着半径不变的圆轨道加速运动，求 $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ 和 $\frac{\Delta \bar{B}}{\Delta t}$ 之间必须满足的定量关系。

15．如图，导热性能良好的气缸 A 和 B 高度均为 h（已除开活塞的厚度），横截面积不同，竖直浸没在温度为 T_0 的恒温槽内，它们的底部由一细管连通（细管容积可忽略）。两气缸内各有一个活塞，质量分别为 $m_{\mathrm{A}}=2m$ 和 $m_{\mathrm{B}}=m$，活塞与气缸之间无摩擦，两活塞的下方为理想气体，上方为真空。当两活塞下方气体处于平衡状态时，两活塞底面相对于气缸底的高度均为 $\frac{h}{2}$。现保持恒温槽温度不变，在两活塞上面同时各缓慢加上同样大小的压力，让压力从零缓慢增加，直至其大小等于 $2mg$（g 为重力加速度）为止，并



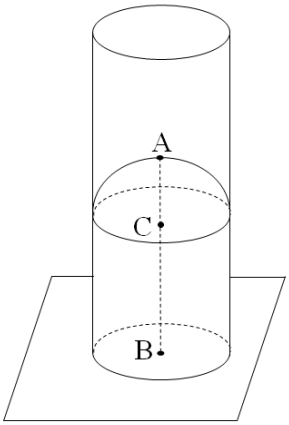
一直保持两活塞上的压力不变；系统再次达到平衡后，缓慢升高恒温槽的温度，对气体加热，直至气缸 B 中活塞底面恰好回到高度为$\frac{h}{2}$处。求

（1）两个活塞的横截面积之比$S_A:S_B$；

（2）气缸内气体的最后的温度；

（3）在加热气体的过程中，气体对活塞所做的总功。

16．如示意图所示，一垂直放置的高为 15.0cm 的圆柱形中空玻璃容器，其底部玻璃较厚，底部顶点 A 点到容器底平面中心 B 点的距离为 8.0cm，底部上沿为一凸起的球冠，球心 C 点在 A 点正下方，球的半径为 1.75cm。已知空气和容器玻璃的折射率分别是$n_0=1.0$和$n_1=1.56$。只考虑近轴光线成像。已知：当$\lambda<<1$时，$\sin\lambda\approx\lambda$。



（1）当容器内未装任何液体时，求从 B 点发出的光线通过平凸玻璃柱，在玻璃柱对称轴上所成的像的位置，并判断像的虚实；

（2）当容器内装满折射率为 1.30 的液体时，求从 B 点发出的光线通过平凸玻璃柱的上表面折射后所成像点的位置，并判断这个像的虚实。

试题参考解答

一、选择题

1．D　　2．D　　3．BD　　4．A　　5. C

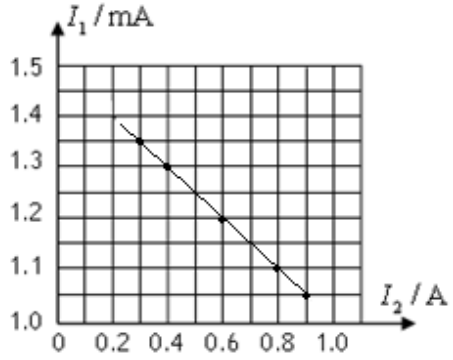
二、填空题

6. 6N；　　0.1；　　24J

7. （1）2:1；　　$8N$　；　　（2）2:3:4

8. $\frac{M_S}{(R+x)^2}+\frac{M_E}{x^2}=\frac{M_S}{R^3}(R+x)$　　$x=\left(\frac{M_E}{3M_S}\right)^{1/3}R$

9. （1）I_1~I_2图线为

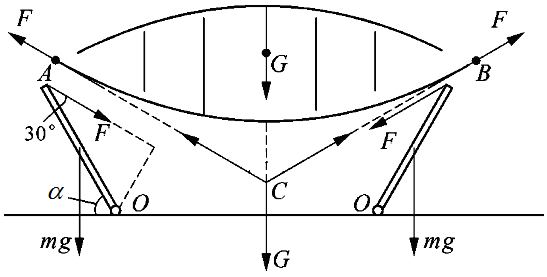


（2）3.0(±0.1)；　　1.0(±0.1)

10. $\frac{hc(\lambda_0-\lambda)}{\lambda\lambda_0}$；　　$\frac{Rhc(\lambda_0-\lambda)}{ke\lambda\lambda_0}$

三、计算题

11．设斜壁长度为l，斜壁对钢索的拉力大小为F，斜壁与水平地面所夹锐角为α。由力矩平衡条件得



$$F\frac{l}{2}=mg\frac{l}{2}\cos\alpha \qquad ①$$

钢索与屋面作为一个整体受到三个力：两端的拉力大小均为F（与水平方向的夹角为$\alpha-30°$），竖直向下的重力$\frac{1}{2}mg$。由力的平衡条件得

$$2F\sin(\alpha-30°)=\frac{1}{2}mg \qquad ②$$

由①②式得

$$\cos\alpha\sin(\alpha-30°)=\frac{1}{4} \qquad ③$$

由三角中的积化和差公式有

$$\frac{1}{2}\left[\sin\left(\alpha-30^{\circ}-\alpha\right)+\sin\left(\alpha-30^{\circ}+\alpha\right)\right]=\frac{1}{4}$$

即

$$\sin(2\alpha-30°)=1 \qquad ④$$

解得

$$\alpha=60° \qquad ⑤$$

由①⑤式得

$$F=\frac{1}{2}mg \qquad ⑥$$

12．以质点 a 的初始位置为原点，向右为 x 轴正向，向上为 y 轴正向。设 a 的初速度 x 和 y 分量分别为v_x和v_y。按抛体运动公式，在时刻t质点 a、b、c 的坐标分别为

$$(x_{\mathrm{a}},y_{\mathrm{a}})=(v_xt,v_yt-\frac{1}{2}gt^2) \qquad ①$$

$$(x_{\mathrm{b}},y_{\mathrm{b}})=(l_1,v_0t-\frac{1}{2}gt^2) \qquad ②$$

$$(x_{\mathrm{c}},y_{\mathrm{c}})=(l_1+l_2,v_ct-\frac{1}{2}gt^2) \qquad ③$$

a 与 b 相碰的条件是，存在时刻t_1，使满足

$$v_xt_1=l_1 \qquad ④$$

$$v_yt_1-\frac{1}{2}gt_1^2=v_0t_1-\frac{1}{2}gt_1^2 \qquad ⑤$$

$$v_0t_1-\frac{1}{2}gt_1^2\geq 0 \qquad ⑥$$

⑥式来自于水平地面对质点 y 坐标的限制。由④⑤⑥式得

$$v_y=v_0 \qquad ⑦$$

$$v_x \geq g\frac{l_1}{2v_0} \qquad ⑧$$

由于 a 与 b 碰撞时间极短，可忽略重力的影响。在 a 与 b 碰撞前后，系统的动量和能量守恒

$$m_{\mathrm{a}}v_x = m_{\mathrm{a}}v'_x + m_{\mathrm{b}}v'_{\mathrm{b}x} \qquad ⑨$$

$$m_{\mathrm{a}}v_y(t_1) + m_{\mathrm{b}}v_{\mathrm{b}y}(t_1) = m_{\mathrm{a}}v'_y(t_1) + m_{\mathrm{b}}v'_{\mathrm{b}y}(t_1) \qquad ⑩$$

$$\frac{1}{2}m_{\mathrm{a}}[v_x^2 + v_y^2(t_1)] + \frac{1}{2}m_{\mathrm{b}}v_{\mathrm{b}y}^2(t_1) = \frac{1}{2}m_{\mathrm{a}}[v_x'^2 + v_y'^2(t_1)] + \frac{1}{2}m_{\mathrm{b}}[v_{\mathrm{b}x}'^2 + v_{\mathrm{b}y}'^2(t_1)] \qquad ⑪$$

式中，碰后的有关速度用打撇的字母表示。由题意，可认为$m_{\mathrm{b}} = 0$。将$m_{\mathrm{b}} = 0$代入⑨⑩⑪式得

$$v_x = v'_x, \quad v_y(t_1) = v'_y(t_1) \qquad ⑫$$

可见，质点 b 的运动对质点 a 的运动的影响可忽略。

同理，a 与 c 相碰的条件是，存在时刻t_2，使满足

$$v_x t_2 = l_1 + l_2 \qquad ⑬$$

$$v_y t_2 - \frac{1}{2}gt_2^2 = v_c t_2 - \frac{1}{2}gt_2^2 \qquad ⑭$$

$$v_c t_2 - \frac{1}{2}gt_2^2 \geq 0 \qquad ⑮$$

由⑬⑭⑮式得

$$v_c = v_y \qquad ⑯$$

$$v_x \geq g\frac{l_1 + l_2}{2v_{\mathrm{c}}} \qquad ⑰$$

由⑦⑧⑫⑬式得，质点 c 的初速度v_{c}为

$$v_{\mathrm{c}} = v_0 \qquad ⑱$$

质点 a 的初速度应满足的条件为

$$v_x \geq g\frac{l_1 + l_2}{2v_0} \qquad ⑲$$

$$v_y = v_c = v_0 \qquad ⑳$$

13．设此半导体单位体积内有n个自由电子(因此也有n个空穴)，以S表示此半导体的横截面积，v_1和v_2分别表示半导体中空穴和自由电子的定向移动速率，I_1和I_2分别表示半导体中空穴和自由电子定向移动形成的电流，则

$$I_1 = nev_1S \qquad ①$$

$$I_2 = nev_2S \qquad ②$$

半导体中的总电流为

$$I = I_1 + I_2 \qquad ③$$

由此得

$$n=\frac{I}{ev_1S+ev_2S} \qquad ④$$

由题意知，此半导体单位体积内有 n 个硅原子释放出自由电子。

单位体积半导体硅内的原子个数为

$$N=\frac{\rho}{M}N_0 \qquad ⑤$$

式中 ρ 和 M 分别为硅的密度和摩尔质量，$N_0=6.02\times10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$ 是阿伏伽德罗常数。由④⑤式得

$$\frac{n}{N}=\frac{IM}{\rho eN_0S(v_1+v_2)} \qquad ⑥$$

代入有关数据得

$$\frac{n}{N}=1\times10^{-5} \qquad ⑦$$

即此半导体材料中，平均约 1×10^5 个硅原子释放出一个自由电子。

14.（1）设电子做圆周运动的圆轨道上的磁感应强度大小为 B，方向与环面垂直。由牛顿第二定律和洛伦兹力公式得

$$evB=m\frac{v^2}{R} \qquad ①$$

设在圆轨道切线方向作用在电子上作用力为 F，按照动量定理有

$$F\Delta t=\Delta(mv) \qquad ②$$

由①②式得

$$F=eR\frac{\Delta B}{\Delta t} \qquad ③$$

（2）按照法拉第电磁感应定律，在电子运动的圆轨道上的感应电动势为

$$\xi=\frac{\Delta\phi}{\Delta t} \qquad ④$$

式中圆轨道所张的面上的磁通量 ϕ 为

$$\phi=\pi R^2\bar{B} \qquad ⑤$$

这里，$\bar{B}$ 为圆轨道所张的面上的平均磁感应强度。由④⑤式得

$$\xi=\pi R^2\frac{\Delta\bar{B}}{\Delta t} \qquad ⑥$$

考虑电子运行一圈感应电场所做的功，由电动势的定义可得

$$\xi=2\pi RE \qquad ⑦$$

电子在圆轨道切向所受到的力为

$$F=qE \qquad ⑧$$

由⑥⑦⑧式得，

$$F=\frac{1}{2}eR\frac{\Delta\bar{B}}{\Delta t} \qquad ⑨$$

（3）③和⑨式所表示的是同样的力的大小。联立③⑨式得

$$\frac{\Delta B}{\Delta t}=\frac{1}{2}\frac{\Delta\bar{B}}{\Delta t} \qquad ⑩$$

这就是为了使电子在不断增强的磁场中沿着半径不变的圆轨道加速运动，$\frac{\Delta B}{\Delta t}$ 和 $\frac{\Delta\bar{B}}{\Delta t}$ 之间必须满足的定量关系。

15．（1）平衡时气缸 A、B 内气体的压强相等，故

$$\frac{m_{\mathrm{A}}g}{S_{\mathrm{A}}}=\frac{m_{\mathrm{B}}g}{S_{\mathrm{B}}} \qquad ①$$

由①式和题给条件得

$$S_{\mathrm{A}}:S_{\mathrm{B}}=2:1 \qquad ②$$

（2）两活塞上各放一质量为$2m$的质点前，气体的压强p_1和体积V_1 分别为

$$p_1=\frac{2mg}{S_{\mathrm{A}}}=\frac{mg}{S_{\mathrm{B}}} \qquad ③$$

$$V_1=\frac{3}{2}S_{\mathrm{B}}h \qquad ④$$

两活塞上各放一质量为$2m$的质点后，B 中活塞所受到的气体压力小于它和质点所受重力之和，B 中活塞将一直下降至气缸底部为止，B 中气体全部进入气缸 A。假设此时气缸 A 中活塞并未上升到气缸顶部，气体的压强p_2为

$$p_2=\frac{4mg}{S_A}=\frac{2mg}{S_B} \qquad ⑤$$

设平衡时气体体积为V_2。由于初态末态都是平衡态，由理想气体状态方程有

$$\frac{p_1V_1}{T_0}=\frac{p_2V_2}{T_0} \qquad ⑥$$

由③④⑤⑥式得

$$V_2=\frac{3}{4}S_{\mathrm{B}}h=\frac{3}{8}S_{\mathrm{A}}h \qquad ⑦$$

这时气体的体积小于气缸 A 的体积，与活塞未上升到气缸顶部的假设一致。

缓慢加热时，气体先等压膨胀，B 中活塞不动，A 中活塞上升；A 中活塞上升至顶部后，气体等容升压；压强升至$\frac{3mg}{S_{\mathrm{B}}}$时，B 中活塞开始上升，气体等压膨胀。设当温度升至T时，该活塞恰位于$\frac{h}{2}$处。此时气体的体积变为

$$V_3=\frac{5}{2}S_{\mathrm{B}}h \qquad ⑧$$

气体压强

$$p_3=\frac{3mg}{S_B} \qquad ⑨$$

设此时气缸内气体的温度为T，由状态方程有

$$\frac{p_2V_2}{T_0}=\frac{p_3V_3}{T} \qquad ⑩$$

由⑤⑦⑧⑨⑩式得

$$T=5T_0 \qquad ⑪$$

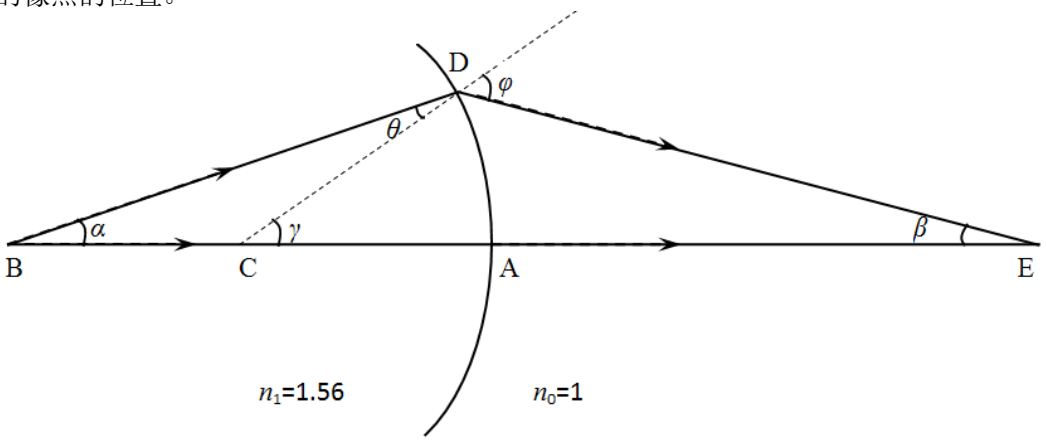
（3）升高恒温槽的温度后，加热过程中，A 活塞上升量为

$$h-\frac{3}{8}h=\frac{5}{8}h \qquad ⑫$$

气体对活塞所做的总功为

$$W=4mg\cdot\frac{5}{8}h+3mg\cdot\frac{1}{2}h=4mgh \qquad ⑬$$

16.（1）容器底部凸面两侧介质的折射率分别是 $n_1=1.56$ 和 $n_0=1.0$。如图 a，由 B 点发出的经过球心 C 的光线 BA 经过顶点 A 后，方向不变，进入空气中；由 B 点发出的与 BA 成 α 角的另一条光线 BD 在 D 点折射，设折射角为 φ，并与前一条出射光线交于 E 点，E 点即 B 点的像点的位置。



图a

由折射定律和几何关系得

$$n_1\sin\theta=n_0\sin\varphi \qquad ①$$

$$\gamma=\alpha+\theta \qquad ②$$

$$\varphi=\gamma+\beta \qquad ③$$

在三角形 BCD 和三角形 CDE 中，由正弦定理可得

$$\frac{\overline{CD}}{\sin\alpha}=\frac{\overline{BC}}{\sin\theta} \qquad ④$$

$$\frac{\overline{CD}}{\sin\beta}=\frac{\overline{CE}}{\sin\varphi} \qquad ⑤$$

由于只考虑近轴光线成像，所以 α 、 β 、 θ 、 φ 都是小角度，①④⑤式可写为

$$n_1\theta=n_0\varphi \qquad ⑥$$

$$\theta\overline{CD}=\alpha\overline{BC} \qquad ⑦$$

$$\varphi\overline{CD}=\beta\overline{CE} \qquad ⑧$$

由⑥⑦式可得

$$\alpha+\theta=\varphi\left(1+\frac{\overline{CD}}{\overline{BC}}\right)\frac{n_0}{n_1}=0.82\varphi<\varphi \qquad ⑨$$

所考虑的光线是会聚的，故所成的像为实像。由②③⑥⑦⑧式可得

$$\overline{CE}=\frac{\varphi}{\beta}\overline{CD}=\frac{1}{1-\frac{n_0}{n_1}-\frac{\overline{CD}}{\overline{BC}}\frac{n_0}{n_1}}\overline{CD}$$

将题给数据代入上式得

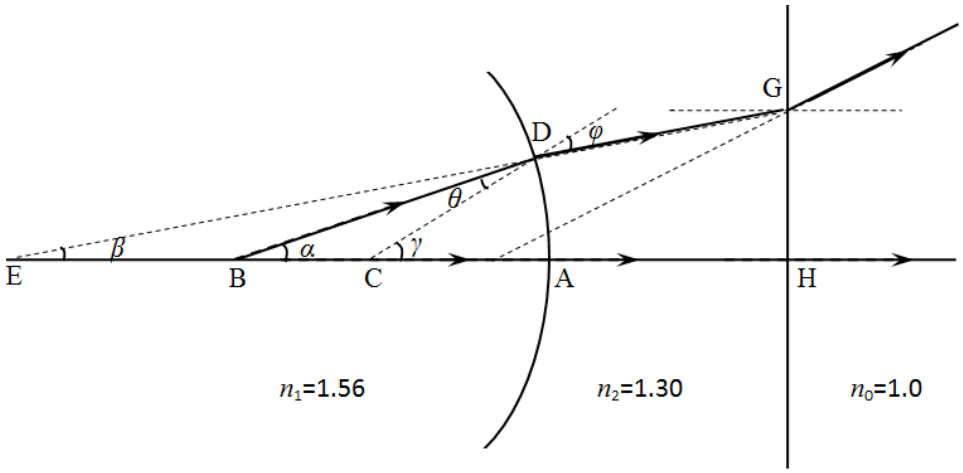
$$\overline{CE}=\frac{1}{1-\frac{1}{1.56}-\frac{1.75}{8.0-1.75}\frac{1}{1.56}}1.75\ \text{cm}=9.75\ \text{cm} \qquad ⑩$$

由⑨式和题给数据得

$$\overline{BE}=\overline{BA}-\overline{AC}+\overline{CE}=(8.0-1.75+9.75)\ \text{cm}=16.0\ \text{cm} \qquad ⑩$$

B 点发出的光线通过平凸玻璃柱，在玻璃柱对称轴上所成的像点的位置在 C 点正上方 9.75 cm 处或在 B 点正上方 16.0 cm 处。

（2）容器底部凸面两侧介质的折射率分别是 $n_1=1.56$ 和 $n_2=1.30$。如图 b，由 B 点发出的经过球心 C 的光线 BA 经过顶点 A 后，方向不变，进入液体中；由 B 点发出的与 BA 成 α 角的另一条光线 BD 在 D 点折射，设折射角为 φ，并与前一条出射光线交 E 点，E 点即 B 点发出的光线第一次折射后所成像点的位置。



图b

由折射定律和几何关系可得

$$n_1\sin\theta=n_2\sin\varphi \qquad ⑪$$

$$\gamma=\alpha+\theta \qquad ⑫$$

$$\gamma=\varphi+\beta \qquad ⑬$$

在三角形 BCD 和三角形 CDE 中，由正弦定理可得

$$\frac{\overline{CD}}{\sin\alpha}=\frac{\overline{BC}}{\sin\theta} \qquad ⑭$$

$$\frac{\overline{CD}}{\sin\beta}=\frac{\overline{CE}}{\sin\varphi} \qquad ⑮$$

只考虑近轴光线，α、β、θ、φ 都是小角度，⑪⑭⑮式可写为

$$n_1\theta=n_2\varphi \qquad ⑯$$

$$\theta\overline{CD}=\alpha\overline{BC} \qquad ⑰$$

$$\varphi\overline{CD}=\beta\overline{CE} \qquad ⑱$$

由⑯⑰式可得

$$\alpha+\theta=\varphi\left(1+\frac{\overline{CD}}{\overline{BC}}\right)\frac{n_2}{n_1}=1.07\varphi>\varphi \qquad ⑲$$

所考虑的光线是发散的，故所成的像为虚像。由⑫⑬⑯⑰⑱式得

$$\overline{\mathrm{CE}}=\frac{\varphi}{\beta}\overline{\mathrm{CD}}=\frac{1}{\dfrac{n_2}{n_1}+\dfrac{\overline{\mathrm{CD}}}{\overline{\mathrm{BC}}}\dfrac{n_2}{n_1}-1}\overline{\mathrm{CD}}$$

将有关数据代入上式可得：

$$\overline{\mathrm{CE}}=\frac{1}{\dfrac{1.30}{1.56}+\dfrac{1.75}{8.0-1.75}\dfrac{1.30}{1.56}-1}1.75\ \mathrm{cm}=26.25\ \mathrm{cm} \qquad ⑳$$

由⑲式和题给数据得

$$\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{CE}}-\overline{\mathrm{AB}}=(1.75+26.25-8.0)\ \mathrm{cm}=20.0\ \mathrm{cm} \qquad ⑳$$

B 点发出的光线通过平凸玻璃柱，第一次折射后所成的像点的位置在 C 点正下方 26.25 cm 处或在 B 点正下方 20.0 cm 处。