第 27 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

1—7		8		9		10		总分	加分人
11		12		13		14			
15		16		17		18			

得分	阅卷	复核

一、选择题. 本题共 7 小题，每小题 6 分. 在每小题给出的 4 个选项中，有的小题只有一项是符合题意的，有的小题有多项是符合题意的. 把符合题意的选项前面的英文字母写在每小题后面的方括号内. 全部选对的得 6 分，选对但不全的得 3 分，有选错或不答的得 0 分.

1. 若质点作直线运动的速度 v 随时间 t 变化的图线如图 1 所示，则该质点的位移 s (从 $t=0$ 开始) 随时间 t 变化的图线可能是图 2 中的哪一个？

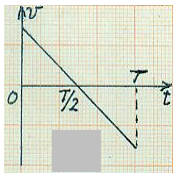


图 1

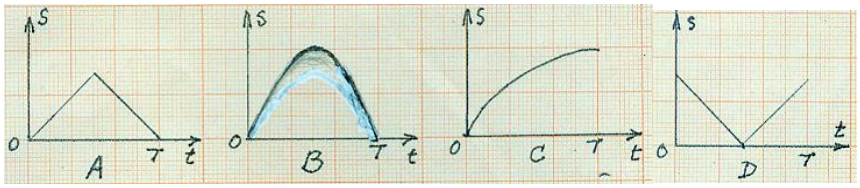


图 2

[ ]

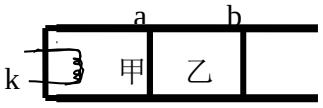
2. 烧杯内盛有 0°C 的水，一块 0°C 的冰浮在水面上，水面正好在杯口处. 最后冰全部熔解成 0°C 的水. 在这过程中

A. 无水溢出杯口，但最后水面下降了　　B. 有水溢出杯口，但最后水面仍在杯口处

C. 无水溢出杯口，水面始终在杯口处　　D. 有水溢出杯口，但最后水面低于杯口

[ ]

3. 如图所示，a 和 b 是绝热气缸内的两个活塞，他们把气缸分成甲和乙两部分，两部分中都封有等量的理想气体. a 是导热的，其热容量可不计，与气缸壁固连. b 是绝热的，可在气缸内无摩擦滑动，但不漏气，其右方为大气. 图中 k 为加热用的电炉丝. 开始时，系统处于平衡状态，两部分中气体的温度和压强皆相同. 现接通电源，缓慢加热一段时间后停止加热，系统又达到新的平衡. 则



A. 甲、乙中气体的温度有可能不变

B. 甲、乙中气体的压强都增加了

C. 甲、乙中气体的内能的增加量相等

D. 电炉丝放出的总热量等于甲、乙中气体增加内能的总和　　[ ]

4. 一杯水放在炉上加热烧开后，水面上方有“白色汽”；夏天一块冰放在桌面上，冰的上方也有“白色汽”.

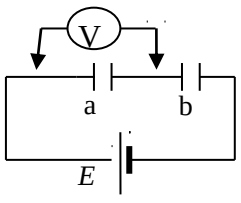
A. 前者主要是由杯中水变来的“水的气态物质”

B. 前者主要是由杯中水变来的“水的液态物质”

C. 后者主要是由冰变来的“水的气态物质”

D. 后者主要是由冰变来的“水的液态物质”　　[ ]

5. 如图所示，电容量分别为 C 和 $2C$ 的两个电容器 a 和 b 串联接在电动势为 E 的电池两端充电，达到稳定后，如果用多用电表的直流电压档 V 接到电容器 a 的两端（如图），则电压表的指针稳定后的读数是



密 封 线
考生答题不得超过此线
准考证号 姓名 学校名称 区(市)县

A. $E/3$　　B. $2E/3$　　C. E　　D. 0　　[　　]

6. 已知频率为ν、波长为λ 的光子的能量$E=h\nu$，动量$p=\dfrac{h}{\lambda}$，式中 h 为普朗克常量，则光速 c 可表示为

A. $\dfrac{p}{E}$　　B. $\dfrac{E}{p}$　　C. Ep　　D. $\dfrac{E^2}{p^2}$　　[　　]

7. 某种核 X 经过α 衰变后变为核 Y，再经过β 衰变后变为核 Z，即${}^{a}_{b}\mathrm{X}\xrightarrow{\alpha}{}^{c}_{d}\mathrm{Y}\xrightarrow{\beta}{}^{e}_{f}\mathrm{Z}$，下列关系中正确的是

A. $a=e+4$　　B. $c=e$　　C. $d=f-1$　　D. $b=f+2$　　[　　]

二、填空题. 把答案填在题中的横线上或题中指定的地方. 只要给出结果，不需写出求得结果的过程.

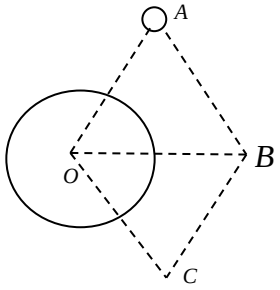
得分	阅卷	复核

8.（12 分）选择合适的卫星发射地发射卫星，对提高运载效率、节省燃料等方面都有很大的影响，特别对进入太空的卫星发射.

如果在地球表面纬度为φ 处发射一颗绕地球表面运行的人造卫星，假设地球可视为质量均匀分布的球体，已知地球自转的角速度为ω，地球半径为 R，地球表面处的重力加速度为 g，卫星质量为 m，则至少要给卫星的能量为_____. 设重力加速度$g=9.80\mathrm{m/s^2}$，地球半径$R=6.40\times10^{6}\mathrm{m}$，卫星质量$m=1.00\times10^{3}\mathrm{kg}$，若发射地在酒泉，其纬度为北纬 40 度 58 分，则所需的能量为_____J；若发射地在文昌，其纬度为北纬 19 度 19 分，则所需的能量为_____ J.

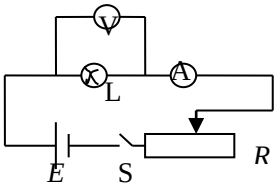
得分	阅卷	复核

9.（18 分）图中所示为一球心在 O 点的不带电的固定的导体球，A、B、C 是球外三点，与球心 O 在同一平面内，三点的位置使 OAB 和 OBC 皆为等边三角形. 当把一表面均匀带正电的塑料小球的球心放在 A 点时（如图所示），已知此时 A、B、C 三点的电势分别为U_{A}、U_{B}、U_{C}. 现把另外两个与放在 A 点的小球完全相同的带正电的塑料小球的球心分别放在 B 点和 C 点，已知导体球上感应电荷的分布可看作是各塑料小球单独存在时所产生感应电荷分布的叠加. 此时，BA 两点间的电势差$U'_{\mathrm{B}}-U'_{\mathrm{A}}=$_____，$BC$ 两点间的电势差$U'_{\mathrm{B}}-U'_{\mathrm{C}}=$_____，$AC$ 两点间的电势差$U'_{\mathrm{A}}-U'_{\mathrm{C}}=$_____. 如果在上面的情况下，把导体球移到电场以外，则 BA 两点间的电势差将(填增大、减小或不变)_____，BC 两点间的电势差将（填增大、减小或不变)_____，AC 两点间的电势差将（填增大、减小或不变)_____.

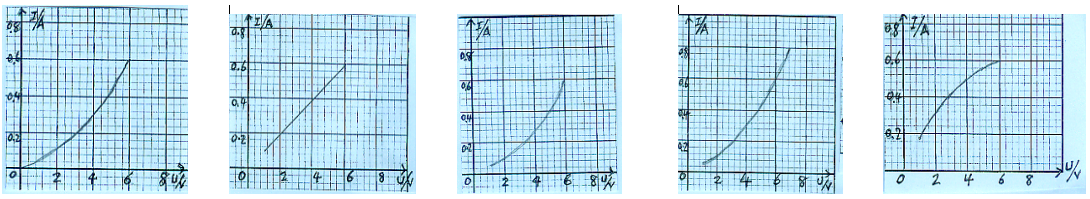


得分	阅卷	复核

10.（10 分）用图示电路测得的数据可画出小灯泡的伏安特性图线. 小灯泡 L 的额定功率为 3.6W，额定电压为 6V. 电源 E 的电动势为 10V，内阻忽略不计. 滑动电阻器 R 的全电阻



约为 200Ω. 通过调节滑动变阻器，可以调节通过 L 的电流，电流由电流表 A 读出，灯泡两端的电压由电压表 V 读出. 根据测量数据可在方格纸上画出在测量范围内小灯泡灯丝的伏安特性图线，所画出的图线可能是下图中的哪一个？答（用图线下面的英文字母表示）_____.



A　　B　　C　　D　　E

得分	阅卷	复核

11. (12 分) 图 1 中的 M、N 为处在匀强磁场中的两条位于同一水平面内的平行长导轨，一端串接电阻 R，磁场沿竖直方向. ab 为金属杆，可在导轨上无摩擦滑动，滑动时保持与导轨垂直. 杆和导轨的电阻都不计. 现于导轨平面内沿垂直于 ab 方向对杆施一恒力 F，使杆从静止出发向右运动. 在以后的过程中，杆速度的大小 v、加速度的大小 a、力 F 冲量的大小 I、以及 R 上消耗的总能量 E 随时间 t 变化的图线，分别对应于图 2 中哪一条图线？把代表该物理量的符号填在你所选定图线纵坐标处的方框中.

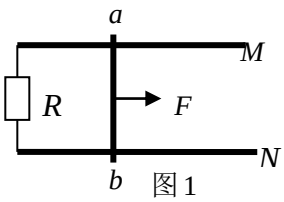


图 1

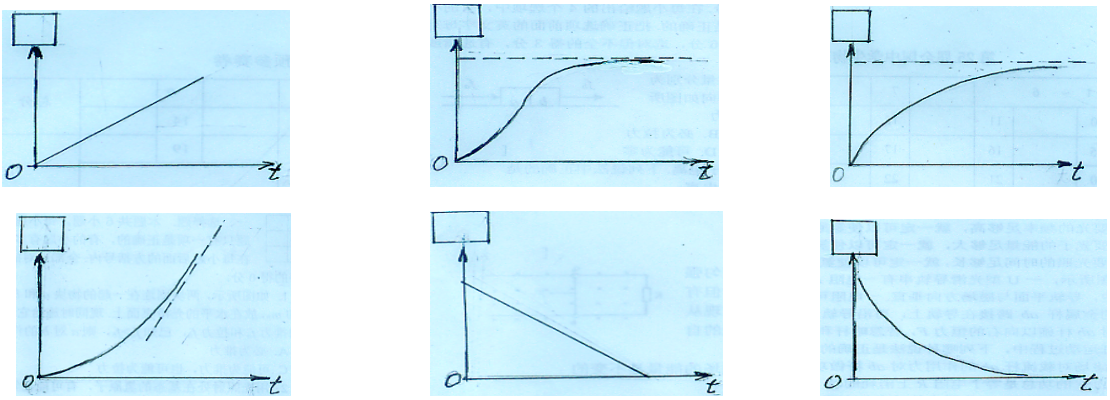
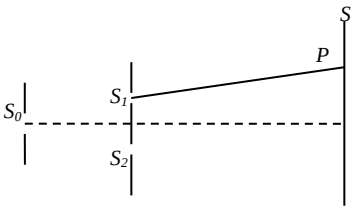


图 2

得分	阅卷	复核

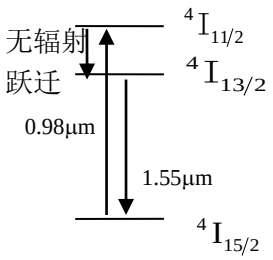
12.(9 分) 右图为“用双缝干涉测量光的波长”实验装置的示意图. 图中 S_0 为狭缝，S_1、S_2 为双狭缝，S 为观察屏. 当用单色光（以 λ 表示其波长）从左方照射狭缝 S_0 时，由双狭缝 S_1、S_2 射出的光是相干光，可在观察屏 S 上出现明暗相间的干涉条纹. 若屏 S 上的 P 点是某一暗条纹的中心，已知 P 点到缝 S_1 的距离为 r_1，则 P 点缝 S_2 的距离 r_2 =_____. 为了求出波长 λ，实验中应测量的物理量是_____. 若实验装置中单缝、双狭缝和屏的位置都不变，只是入射光第一次为红光，第二次为蓝光，则第二次观察到的干涉条纹与第一次比，不同之处除了条纹的颜色外，还有_____.



得分	阅卷	复核

13.(8 分) 光通过光纤长距离传输时，因损耗而要衰减，故必须在途中设立“中继站”进行放大. 现代采用直接放大即全光型放大，它可使传输速率大大提高. 其办法是在光纤中掺入铒.

铒离子的能级如图所示. 其中标为 $^4I_{13/2}$ 的能级是亚稳态能级，粒子处在这能级可以持续一段时间而不立即向较低能级跃迁. 可用半导体激光器产生的波长为 0.98μm 激光照射，把处于基态能级 $^4I_{15/2}$ 的粒子激发到标为 $^4I_{11/2}$ 的能级，再通过“无辐射跃迁”跃迁到亚稳态能级 $^4I_{13/2}$，从而使该能级积聚粒子数远超过处于基态的粒子数. 当光纤中传输的波长为 1. 55μm 的光波传入掺铒的光纤时，能使大量处在亚稳态能级的粒子向基态跃迁，发出波长为 1. 55μm 的光波，于是输出的光便大大加强，实现了全光型中继放大. 若普朗克常量 h 与光速 c 的乘积 $hc=1.99\times10^{-25}\,\mathrm{J\cdot m}$，则无辐射跃迁中一个铒粒子放出的能量等于_____J.



三、计算题.解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤. 只写出最后结果的不能得分. 有数值计算的题，答案中必须明确写出数值和单位.

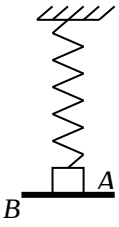
得分	阅卷	复核

14.（13 分）假设把地球大气等效于一个具有一定厚度和折射率均匀的透光气体球壳，其折射率取 n=1.00028,把地球看作为圆球. 当太阳在地球某处正上方时，该处的观察者看太阳时的视角比太阳对观察者所在处的张角相差多少？已知 太阳半径 $R_S=6.96\times10^8$m，日地距离 $r_E=1.50\times10^{11}$m.

密 考生答题不得超过此线 封 线

得分	阅卷	复核

15.（18 分）一劲度系数为 k 的轻质弹簧，上端固定，下端连一质量为 m 的物块 A，A 放在托盘 B 上以，以 N 表示 B 对 A 的作用力，x 表示弹簧的伸长量. 初始时全都静止，弹簧处于自然状态，$x=0$. 现设法控制 B 的运动，使 A 匀加速下降，以 a 表示其加速度，考察能保持 A 匀加速下降的整个过程.

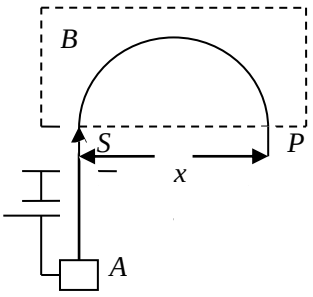


i. 试求 N 随 x 的变化关系式，并画出当 a 趋近于 0 和 a 等于 $\frac{1}{2}g$ 时 N 随 x 变化的图线(g 为重力加速度).

ii. 求各种能量在所考察的整个过程中的终态值和初态值之差.

得分	阅卷	复核

16.（18 分）在图所示的装置中，离子源 *A* 可提供速度很小的正离子(其速度可视为 0)，经加速电压加速后从 S 点进入匀强磁场，磁场方向垂直纸面指向纸外，虚线框为磁场区域的边界线. 在磁场作用下，离子沿半个圆周运动后射出磁场，射出点 *P* 到 *S* 的距离用 *x* 表示.



i. 当离子源提供的是单一种类的第一种离子时，*P* 到 *S* 的距离为 x_1，当离子源提供的是单一种类的第二种离子时，*P* 到 *S* 的距离为 x_2，已知 $x_1/x_2=\alpha$. 试求这两种离子在磁场中运动时间 t_1 和 t_2 的比值 t_1/t_2.

ii. 若离子源 A 提供的是由 H^+、D^+、$^4He^+$ 和 H_2^+ 混合而成的多种离子，又通过速度选择器使各种离子的速率都为 v，当这些离子从 S 点进入匀强磁场后，从磁场射出时可分离出哪几种离子束？若 $\upsilon=2.0\times10^6\,\mathrm{m/s}$，$B=0.50\,\mathrm{T}$，基本电量 $e=1.60\times10^{-19}\,\mathrm{C}$，质子质量 $m_N=1.68\times10^{-27}\,\mathrm{kg}$，试求各种离子的射出点 *P* 到 *S* 的距离.

得分	阅卷	复核

17.（20 分）可以近似认为地球在一个半径为 *R* 的圆轨道上绕日公转，取日心参考系为惯性系，地球公转周期即一年为 *T*=365.2564 日，地球自转周期为 *t*. 地球上的人连续两次看见太阳在天空中同一位置的时间间隔 t_E 为一个太阳日，简称一日，即 24 小时. 假设有某种作用，把地球绕日公转的圆轨道半径改变为 R'，但未改变地球自转周期. 设经过这样改变后，地球公转一个周期即新的一年刚好是 360 新日，试问

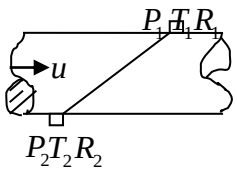
i. 这新的一日的时间是多少小时(按改变前的小时计)?

ii. 这新的一年应该是多少小时，才能使得新的一年刚好是 360 新日？

iii. 这个改变前后，系统的能量差是地球现在公转动能的百分之多少？

得分	阅卷	复核

18.（20 分）超声波流量计是利用液体流速对超声波传播速度的影响来测量液体流速，再通过流速来确定流量的仪器. 一种超声波流量计的原理示意如图所示. 在充满流动液体(管道横截面上各点流速相同)管道两侧外表面上 P_1 和 P_2 处(与管道轴线在同一平面内)，各置一超声波脉冲发射器 T_1、T_2 和接收器 R_1、R_2. 位于 P_1 处的超声波脉冲发射器 T_1 向被测液体发射超声脉冲，



当位于 P_2 处的接收器 R_2 接收到超声脉冲时，发射器 T_2 立即向被测液体发射超声脉冲；当位于 P_1 的接收器 R_1 接收到超声脉冲时，发射器 T_1 又立即向被测液体发射超声脉冲；当 R_2 接收到超声脉冲时，T_2 再立即向被测液体发射超声脉冲，……. 如果测出了超声脉冲从 P_1 传播到 P_2 所经历的时间 t_1 和超声脉冲从 P_2 传播到 P_1 所经历的时间 t_2，又知道了 P_1、P_2 两点的距离为 l 以及 l 沿管道轴线的投影 b，管道中液体的流速 u 便可求得. 试求 u .

密 封 线
考生答题不得超过此线

第 27 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

参考解答与评分标准

一、选择题. 全题 42 分，每小题 6 分. 全部选对的得 6 分，选对但不全的得 3 分，有选错或不答的得 0 分.

1. B　　2.C　　3.C　　4.B　　5.D　　6.B　　7.A,B,C

二、填空题. 按各题的答案和评分标准给分.

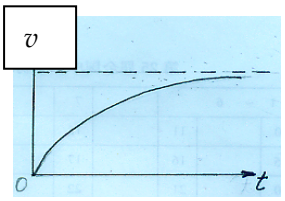
8. $\frac{1}{2}m\left(\sqrt{Rg}-\omega R\cos\varphi\right)^2$ (6 分). 2.85×10^{10} (3 分)； 2.80×10^{10} (3 分).

9. U_B-U_C (4 分)， U_B-U_C (4 分)， 0 (4 分).

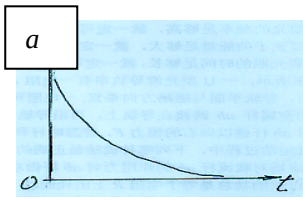
增大 (2 分)， 增大 (2 分)， 不变 (2 分).

10. E (10 分)

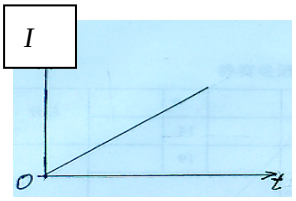
11.



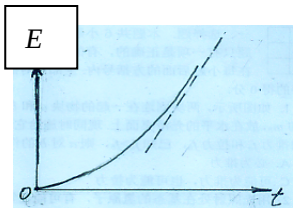
(3 分)



(3 分)



(3 分)



(3 分)

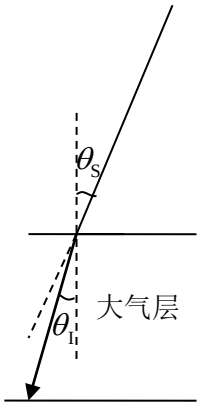
12. $r_1+\left(2k+1\right)\frac{1}{2}\lambda, k=0,1,2\cdots$ (3 分). 双狭缝 S_1 中心到 S_2 中心的距离，观察屏到双狭缝的距离，相邻两亮纹或暗纹间的距离. (3 分). 条纹间的距离变小. (3 分)

13. 7.48×10^{-20} (8 分)

三、计算题

14. **参考解答：**

当太阳在观察者正上方时，观察者看太阳时的视角以 $2\theta_I$ 表示，太阳对观察者所在处的张角以 $2\theta_S$ 表示，θ_S 和 θ_I 也就是大阳边缘发出的光线经过大气层表面时的入射角和折射角，如图所示. 这两个角度都很小，所以折射定律可以写成



$$n\theta_I=\theta_S, \qquad (1)$$

其中

$$\theta_{\mathrm{S}}=\frac{R_{\mathrm{S}}}{r_{\mathrm{E}}}. \tag{2}$$

所以观察者看太阳时的视角与太阳对观察者所在处张角之差为

$$\Delta=2\theta_{\mathrm{I}}-2\theta_{\mathrm{S}}{}' \tag{3}$$

由(1)、(2)、(3)式得

$$\Delta=\frac{1-n}{n}\frac{2R_{\mathrm{S}}}{r_{\mathrm{E}}} \tag{4}$$

代入数据得

$$\Delta=-2.60\times10^{-6} \tag{5}$$

评分标准：本题 13 分.

(1)式 5 分，(2)式 4 分，(4)式 2 分，(5)式 2 分.

15. **参考解答：**

i. 当 A 开始作匀加速运动后，有

$$mg-N-kx=ma \tag{1}$$

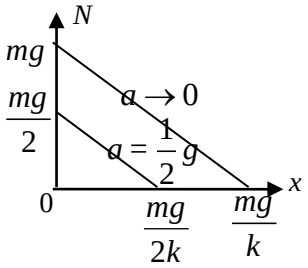
式中 $a>0$. 由(1)式得

$$N=m(g-a)-kx \tag{2}$$

(2)式便是 N 随 x 变化的关系式，它表明 N 与 x 成线性关系，直线的斜率决定于弹簧的劲度系数 k，截距则与加速度的大小有关.

由(2)式，当 $x=0$ 时， N 有最大值，它就是在纵坐标轴上的截距，即

$$N_{\max}=m(g-a) \tag{3}$$



$N_{\max}$ 与 a 有关. 当 a 趋近于 0 时， $N_{\max}=mg$ ； 当 $a=\frac{1}{2}g$ 时， $N_{\max}=\frac{1}{2}mg$. 当 $N=0$ 时，x 有最大值，它就是在横坐标轴上的截距，即

$$x_{\max}=\frac{m}{k}(g-a) \tag{4}$$

$x_{\max}$ 与 a 有关. 当 a 趋近于 0 时， $x_{\max}=\frac{1}{k}mg$ ； 当 $a=\frac{1}{2}g$ 时， $x_{\max}=\frac{1}{2}\frac{mg}{k}$. 由此可得 N 与 x 的图线如图所示.

ii.在所考察的过程中，弹簧的弹性势能为

$$E_1=\frac{1}{2}kx^2 \tag{5}$$

整个过程中弹性势能的终态值和初态值之差

$$\Delta E_1=\frac{1}{2}kx_{\max}=\frac{m^2}{2k}(g-a)^2 \tag{6}$$

取 $x=0$ 为重力势能的 0 点，则在所考察的过程中，重力势能为

$$E_2=-mgx \tag{7}$$

整个过程中重力势能的终态值和初态值之差

$$\Delta E_2=-mgx_{\max}=-\frac{m^2g}{k}\left(g-a\right) \tag{8}$$

设整个过程中物块 A 动能的终态值和初态值之差为 ΔE_3，由功能关系有

$$W=\Delta E_1+\Delta E_2+\Delta E_3 \tag{9}$$

式中 W 是所考察过程中 B 对 A 的作用力 N 所做的功，由 N~x 图线有

$$\mathrm{W}=-\frac{1}{2}N_{\max}x_{\max}=-\frac{1}{2}\frac{m^2\left(g-a\right)^2}{k} \tag{10}$$

由(6)、(8)、(9)、(10)各式得

$$\Delta E_3=\frac{m^2a}{k}\left(g-a\right) \tag{11}$$

评分标准：本题 18 分.

第 i 小问 10 分. 求得(2)式给 5 分，图线正确(正确标出每条直线在纵、横坐标轴上的截距)给 5 分.

第 ii 小问 8 分. 求得(6)式给 2 分，求得(8)式给 2 分，求得(11)式给 4 分.

16. **参考解答：**

i.设加速电压为 U，电荷量为 q、质量为 m 的粒子加速获得的速度为 v，由能量关系，有

$$qU=\frac{1}{2}m\upsilon^2 \tag{1}$$

粒子进入磁场，在磁场的洛伦兹力作用下作圆周运动，设磁场的磁感应强度为 B，圆周的半径为 R，有

$$q\upsilon B=m\frac{\upsilon^2}{R} \tag{2}$$

由圆周运动周期的定义和(2)式可得

$$T=\frac{2\pi}{\frac{q}{m}B} \tag{3}$$

设这两种离子的电荷量分别为 q_1 和 q_2，质量分别为 m_1 和 m_2，进入磁场时的速度分别为 v_1 和 v_2，根据题意有

$$\frac{x_1}{x_2}=\frac{R_1}{R_2} \tag{4}$$

$$\frac{t_1}{t_2}=\frac{T_1}{T_2} \tag{5}$$

由以上有关各式得

$$\frac{t_1}{t_2}=\alpha^2 \tag{6}$$

ii.由(2)式可知离子束射出点 P 到 S 点的距离

$$x=2R=\frac{2\upsilon}{\frac{q}{m}B} \tag{7}$$

x 取决于离子的电荷量与质量的比值. 可以看出，氘核(D^+)与氢分子离子(H_2^+)的电荷量与质量的比值相同，他们将从同一点射出磁场，这两种离子束不能被磁场分开， 而质子(H^+)与氦离子($^4He^+$)的电荷量与质量的比值不相同，也与氘核和氢分子离子的不同，他们将从不同点射出磁场，可以单独分离出来. 故可获得质子束流、氦离子束流、氘核与氢分子离子混合的束流，共三种束流.

把有关数据代入(7)式得

$$x_{H^+}=8.4\text{cm} \tag{10}$$

$$x_{D^+}=17\text{cm} \tag{11}$$

$$x_{^4He^+}=34\text{cm} \tag{12}$$

$$x_{H_2^+}=17\text{cm} \tag{13}$$

评分标准：本题 18 分.

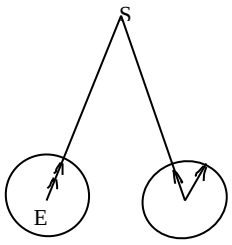
第 i 小问 10 分. (1)、(2)、(3)式各 2 分，求得(6)式给 4 分.

第 ii 小问 8 分. 正确指出可分离出三种束流给 4 分. (10)、(11)、(12)、(13)式各 1 分.

17. **参考解答：**

i.由于地球除自转以外还有公转，当经过时间 t_E，从日心惯性系来看，地球已转过一周多了，如图所示. t、t_E、T 应有以下关系

$$\frac{2\pi}{t}\times t_E=2\pi+\frac{2\pi}{T}\times t_E \tag{1}$$



解得

$$t=\frac{1}{\frac{1}{t_E}+\frac{1}{T}} \tag{2}$$

因 $t_E=24\text{h}$， $T=365.2564\times 24\text{h}$，代入(2)式得

$$t = 23.93450\text{h} \tag{3}$$

当地球公转的轨道半径改变为R'后，周期相应改变为T'，根据题意，地球在日心惯性系中的自转周期仍为 t，而$T' = 360t'_{\mathrm{E}}$，t_{E}' 为新的一个太阳日，即新的一日，由(2)式得

$$t = \frac{T't'_E}{T' + t'_{\mathrm{E}}} \quad \text{或} \quad t'_{\mathrm{E}} = \frac{T't}{T' - t} \tag{4}$$

代入有关数据得

$$t'_{\mathrm{E}} = 24.00098\text{h} \tag{5}$$

ii.

$$T' = 360t'_{\mathrm{E}} = 8640.353\text{h} \tag{6}$$

iii. 当地球绕太阳作圆周运动时有

$$G\frac{Mm}{R^2} = m\frac{v^2}{R} \tag{7}$$

其中 G 为万有引力恒量，M 为太阳质量，m 为地球质量，υ 为地球公转速率. 由此可得地球的动能

$$E_{\mathrm{k}} = \frac{1}{2}G\frac{Mm}{R} \tag{8}$$

地球的引力势能

$$E_{\mathrm{p}} = -G\frac{Mm}{R} \tag{9}$$

地球的总能量

$$E = E_{\mathrm{k}} + E_{\mathrm{p}} = -\frac{1}{2}G\frac{Mm}{R} \tag{10}$$

当地球公转的轨道半径改变为R' 时，地球的总能量

$$E' = -\frac{1}{2}G\frac{Mm}{R'} \tag{11}$$

轨道半径改变前后的能量差为

$$\Delta E = E' - E = \frac{1}{2}GMm\left(\frac{1}{R'} - \frac{1}{R}\right) = \frac{GMm}{2R}\left(\frac{R}{R'} - 1\right) \tag{12}$$

由开普勒第三定律有

$$\frac{T^2}{T'^2} = \frac{R^3}{R'^3} \tag{13}$$

由 (8)、(12)、(13)各式得

$$\Delta E = \left(\frac{T^{2/3}}{T'^{2/3}} - 1\right)E_{\mathrm{k}} \tag{14}$$

代入有关数据得

$$\Delta E = \frac{0.971}{100} E_{\mathrm{k}} \tag{15}$$

评分标准：本题 20 分.

第 i 小问 10 分. 求得(2)式给 4 分，求得(4)式给 4 分，(5)式 2 分.

第 ii 小问 2 分. (6)式 2 分.

第 iii 小问 8 分. 求得(10)式 2 分，求得(12)式 2 分， (13)式 2 分，求得(15)式 2 分.

18. **参考解答：**

解法一

声波的传播速度是声波相对媒质的速度. 以 $\vec{c}_1$ 表示由发射器 T_1 向管道中液体发射的超声脉冲相对液体的速度，其大小为 c；$\vec{u}$ 表示液体的流速，方向沿管道向右；以 $\vec{v}_1$ 表示超声脉冲相对管道的速度，其方向沿 P_1、P_2 的连线，由 P_1 指向 P_2，如图 1 所示. 根据速度叠加原理，有

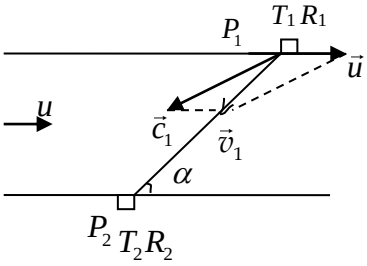


图 1

$$\vec{v}_1 = \vec{c}_1 + \vec{u} \tag{1}$$

以 α 表示 P_1、P_2 的连线与管道轴线的夹角，根据(1)式和图 1 可得

$$c^2 = v_1^2 + u^2 - 2v_1 u\cos(\pi - \alpha) \tag{2}$$

即

$$v_1^2 + 2uv_1\cos\alpha - (c^2 - u^2) = 0 \tag{3}$$

解得

$$v_1 = \frac{-2u\cos\alpha + \sqrt{4u^2\cos^2\alpha + 4(c^2 - u^2)}}{2} \tag{4}$$

发射器 T_1 向管道中液体发射的超声脉冲传播到接收器 R_2 所需的时间

$$t_1 = \frac{l}{v_1} \tag{5}$$

以 $\vec{c}_2$ 表示由发射器 T_2 向管道中液体发射的超声脉冲相对液体的速度，其大小为 c；以 $\vec{u}$ 表示液体的流速，方向沿管道向右；以 $\vec{v}_2$ 表示超声脉冲相对管道的速度，其方向沿 P_2、P_1 的连线，由 P_2 指向 P_1，如图 2 所示. 根据速度叠加原理，有

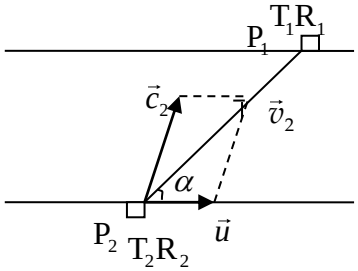


图 2

$$\vec{v}_2 = \vec{c}_2 + \vec{u} \tag{6}$$

根据(6)式和图 2 可得

$$c^2 = v_2^2 + u^2 - 2v_2 u\cos\alpha \tag{7}$$

即

$$v_2^2 - 2uv_2\cos\alpha - \left(c^2 - u^2\right) = 0 \tag{8}$$

解(8)式得

$$v_2 = \frac{2u\cos\alpha + \sqrt{4u^2\cos^2\alpha + 4\left(c^2 - u^2\right)}}{2} \tag{9}$$

发射器T_2向管道中液体发射的超声脉冲传播到接收器R_1所需的时间

$$t_2 = \frac{l}{v_2} \tag{10}$$

由(5)、(10)有

$$\frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1} = \frac{v_2 - v_1}{l} \tag{11}$$

把(4)、(9)式代入(11)式，得

$$\frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1} = \frac{2u\cos\alpha}{l} \tag{12}$$

注意到

$$\cos\alpha = \frac{b}{l} \tag{13}$$

得

$$u = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1}\right)\frac{l^2}{b} \tag{14}$$

评分标准：本题 20 分.

求得(4)式给 5 分，(5)式 1 分；求得(9)式给 5 分，(10)式 1 分；(11)式 4 分，(14)式 4 分.

解法二

由于$c >> u$，可以近似求得超声波由 P_1 到 P_2 的传播时间t_1和由 P_2 到 P_1 的传播时间t_2分别为

$$t_1 = \frac{l}{c - u\cos\alpha} \tag{1}$$

$$t_2 = \frac{l}{c + u\cos\alpha} \tag{2}$$

其中α是 P_1、P_2 连线与管道轴线的夹角. 由(1)、(2)两式得

$$\frac{1}{t_2}-\frac{1}{t_1}=\frac{c+u\cos\alpha}{l}-\frac{c-u\cos\alpha}{l}=\frac{2u\cos\alpha}{l} \tag{3}$$

注意到

$$\cos\alpha=\frac{b}{l} \tag{4}$$

得

$$u=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{t_2}-\frac{1}{t_1}\right)\frac{l^2}{b} \tag{5}$$

评分标准：本题 20 分.

(1)、(2)式各 6 分，(3)式 4 分，求得(5)式 4 分.