第9届亚洲物理奥林匹克理论竞赛试题

(2008年4月22日)

理论考试第 1 题

茶道和气泡物理学

茶道是亚洲的一种传统仪式。泡茶的重要步骤之一是烧开水。烧开水时水中会出现气泡。虽然在日常生活中气泡是常见的，同时在物理学、化学、医学和技术中气泡也起到重要作用，但是，气泡的行为常常是令人惊奇和出乎意料的。在很多情况下气泡的行为仍然没有被理解。

在室温下，纯水中溶解的气体达到饱和。随着温度的增加，水中所能溶解的空气量将会下降，部分空气会从水中释放出来，在水壶底和壁形成压强为 P_{ab} 的空气泡。纯水有足够大的可浸润性，可以使空气泡以球缺的形式存在。圆球的半径为 R_{ab}，其未被浸润的底部的半径为 r_{ab}，且满足 $r_{ab} << R_{ab}$。 进一步加热，空气泡将变大。当空气泡大到一定程度时就会脱离壶底（见图 3），并向上浮起到水面而破掉。当壶底的水温达到临界值 $T_w^0 \approx T_{crit}^0 = 100^0 C$ 时，水的饱和蒸汽压会超过外部压强，蒸汽泡就出现了。这时产生的蒸汽量将增加数十倍，使蒸汽泡变大并脱离壶底。可以认为蒸汽泡只包含水蒸汽。如果水被充分加热，上升的蒸汽泡继续变大，并到达表面而破掉。如果在较上层的水没有被充分加热，将会存在一个大的竖直方向的温度梯度。在这种情况下，蒸汽泡达到相对冷的水层时将在水中塌缩而消失（图 4）。这会引起诱导除气——强烈的振荡以及大量的溶解于水中的空气被通过微空气泡的形式放出，并产生超声振动。

在水被烧开的过程中，气泡演化的主要阶段为：
－空气泡在壶底和壶壁产生和增大，然后转变为蒸汽泡；
－蒸汽泡脱离并上升，然后消失在水中或水面；
－微空气泡在水中出现，然后上升到水面。

上述理论描述与近代实验符合得很好。在 Ural 州立大学就加热水所作的有趣的噪声分析实验中，用宽带高灵敏传声器探测到电茶壶有 3 个主要的噪声来源：

1. 沸腾之前空气泡脱离壶底（产生 ν_1 ~ 100 Hz 的振动）；

2. 蒸汽泡在水中塌缩（产生 ν_2 ~ 1 kHz 的振动）；

3. 微空气泡在水中产生（产生 ν_3~35kHz 到 60kHz 的振动）。

提示:

1）我们知道水中较小的气泡会沿着直线上升，此时水相对气泡的流动为层流——水缓慢地分层流动（见图1）。在层流状态下，在粘滞系数为η_w的水中以相对速度v_{lam}缓慢运动的半径为R_b的球体所受到的粘滞阻力由斯托克斯公式给出

$$F_A = 6\pi\eta_w R_b v_{lam}$$

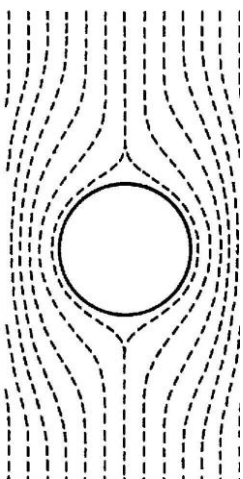
在较大的气泡上升到水面的过程中则会出现另一种情况。气泡会扰动其周围的水，使气泡后面出现空洞。此时水相对气泡的流动为湍流（见图1）。在湍流状态下，上升气泡的一部分能量会转化为耗散功而损失掉。

2）如果包围气泡的液体表面具有凸起（凹陷）的形状，则气泡中会出现由液体表面张力造成的附加压强。此附加压强的值由下式给出

$$\Delta P = \frac{2\sigma}{R}$$

其中 σ 为表面张力系数 （单位：牛顿/米），其意义是单位长度上的表面张力，R 为表面的曲率半径。

3）在处理特征延时“t”的短暂过程时，延时“t”的倒数可被视为此过程的特征频率，即$\nu = \frac{1}{t}$。请采用这样的处理方法来计算噪声频率。



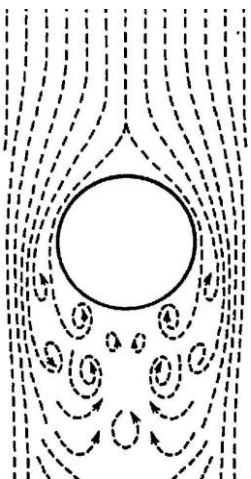


图1. 气泡在水中上升过程中，其周围的水的层流和湍流

有用的数据：

大气压强 $P_0 = 1.016 \cdot 10^5 [Pa]$ ，

水的密度 $\rho_w = 10^3 [kg/m^3]$ ，

T=293K 时蒸汽密度 $\rho_{vapor} = 0.017 [kg/m^3]$ ； T=373K 时蒸汽密度 $\rho_{vapor} = 0.596 [kg/m^3]$

T=293K时蒸汽压 $P_{vapor} = 0.023 \cdot 10^5 [Pa]$; T=373K时 $P_{vapor} = 1.016 \cdot 10^5 [Pa]$

重力加速度 $g = 9.81 [m/s^2]$ ，

空气的摩尔质量 $\mu_{air} = 0.029 [kg/mole]$ ，

气体的普适常量 $R = 8.31 [J/mole/K]$ ，

水的表面张力系数 $\sigma = 0.0725 [N/m]$ ，

水的粘滞系数 $\eta_w = 0.3 \cdot 10^{-3} [Pa \cdot s]$ ，

水壶中的水的高度 H=10cm 。



图. 2. 茶壶中的气泡

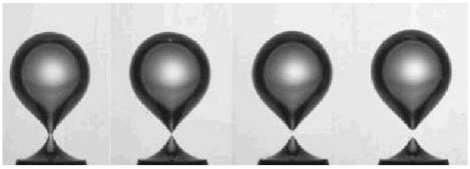


图. 3. 气泡脱离的过程

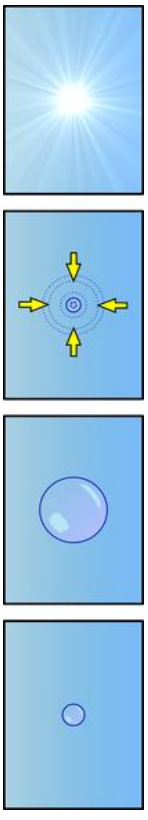


图. 4. 蒸汽泡塌缩

问题（共 10 分）：
考虑通常大气压下，水在平底的圆柱形的玻璃茶壶内的煮沸过程。壶底被均匀加热而且存在垂直方向的温度梯度，考察气泡的产生和演化（图 2）。

问题 1. H 是茶壶的水面高度，写出空气泡在高度为 **h<H** 时压强条件。要用到不等式 $2\pi\sigma r_{ab} >> P_{extern}\pi r_{ab}^2$ [用 $P_{ab}, P_0, R_{ab}, \rho_w, g, \sigma, h, H$ 表示]。(1.0 分)

问题 2. 写出空气泡脱离茶壶底的条件。注意考虑关系式 $r_{ab} << R_{ab}$ 。[用 $r_{ab}, R_{ab}, \rho_w, \sigma$ 表示]。(1.5 分)

问题 3. 考虑壶底一个半径为 R_b 的空气泡。当水被加热时，气泡中会充满水的饱和蒸汽并半径变大。写出在给定的温度 T 下，其内的空气质量和饱和质量之比 $\xi \equiv m_{air} / m_{vapor}$ 。计算上述比例在室温 T=20°C（$R_b = 0.5mm$）和沸点 T=100°C（$R_b = 1mm$）时的值 [用 $\mu_{air}, T, P_0, P_{vapor}, R_b, \rho_w, \rho_v, \sigma, H$ 表示]。(1.5 分)

问题 4. 用噪声分析实验数据和牛顿第二定律估计空气泡脱离壶底并上升距离 R_{ab} 时的半径。假设空气泡附加的质量（考虑气泡周围一圈的水层）是同体积水的质量的一半。(1.0 分)

问题 5. 当空气泡和壶底间的连接“颈”很窄时（图 3），写出空气泡刚好离开壶底时，其底的半径。[用 R_{ab}, ρ_w, σ 表示]。并用问题 4 求出的半径计算本问题中的底面半径。(1.5 分)

问题 6. 用噪声分析实验的数据估计蒸汽泡的塌缩半径（图 4），假设在此过程中径向压强大约为 **3kPa**。(1.2 分)

问题 7. 用上述蒸汽泡的结果计算在诱导除气过程中产生的微空气泡的半径。(0.5 分)

问题 8. 用层流时的斯托克斯定理写出典型的空气泡的上升速度。[用 R_{ab}, ρ_w, η_w 表示]。当 H=10cm 时，估计需要的上升时间。(0.6 分)

问题9. 估计在湍流情况下蒸汽泡上升的平均速度。[用 R_{ab}, ρ_w, η_w 表示]。当

H=10cm时，估计需要的上升时间。(1.2分)

北京大学物理学院　　王若鹏　荀坤　陈晓林　　译

第9届亚洲物理奥林匹克竞赛

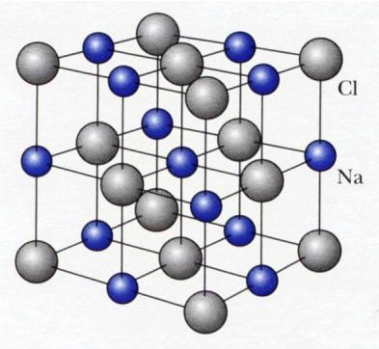
理论试题

(2008年4月22日)

理论考试第 2 题

离子晶体，汤川势能和泡利不相容原理

很多元素的原子具有很低的电离能量(ionization energy)，它们很容易失去外层电子。另一方面，其它一些元素的原子很容易获得电子。将它们放在一起，正离子和负离子结合形成比较稳定的离子结构。很多固体具有晶格结构，原子在晶体内排列成具有周期性的规则模式。相同的结构单元在一个理想的晶体内不断重复。



图一　氯化钠(NaCl)的面心立方体晶格，原子中心之间的距离都为不变值 r_0

晶体的结合能主要来自离子的静电势能。

两个距离为 R 的点电荷 q_1 和 q_2 之间的静电作用可用库伦势能能來描述

$$V_c(R)=k\frac{q_1q_2}{R}$$

其中 $k=1/4\pi\varepsilon_0\approx 9\cdot 10^9[N\cdot m^2/C^2]$ 为库伦系数，如果力为负值，则代表吸引力。力的方向沿着两个点电荷之间的连线。以氯化钠(NaCl)晶体为例，正负离子各具有 $\pm e$ 单位电荷，在计算势能时，我们应该考虑某一个被选定的离子的许多近邻对该离子的作用。若考虑无穷大体积下所有离子的贡献，将得到一个吸引势能：$V_{att}(r)=\alpha\cdot V_C(r)$，其中 r 为相离最近的离子之间的距离，而 α=1.74756 为麦德龙常量，可用来计算晶体内单一离子的能量。

由于电子壳层在晶格内重叠，根据泡利不兼容原理，除了上述吸引势能外，必存在一个相互排斥的势能。与静电势能不同的是，排斥势能的相互作用范围很短。

可以用两种不同的模型来描述排斥势。

模型1 在合理的近似下，排斥势能按指数函数衰减：

$$V_{rep1}(r) = \lambda \cdot e^{-r/\rho}, \qquad (\lambda, \rho > 0)$$

这个公式描述被选定的一个离子与整个晶格的排斥作用。λ表示作用强度，ρ 为作用范围参数。

模型 2 在另一近似下，排斥势能与距离的 n 次方成反比：

$$V_{rep2}(r) = b / r^n, \qquad (b > 0)$$

这个公式描述单一离子与整个晶体的相互排斥。其中的 b 为作用强度，n 为一个比 2 大的整数(波恩指数)。

显然，上述物理参数和势模型依赖于晶格的类型。

表一列出一些离子晶格在正常温度及压强下的晶格常数 r_o 及离解能 E_{dis}(即把晶体分解成独立的离子需要的能量)。在1摩尔晶体中，正负离子的数量都等于阿伏伽德罗常数。

Crystal	r_0 [nm]	$\mathrm{E}_{dis}\left[kJ/mole\right]$
NaCl	0.282	764.4
LiF	0.214	1014.0
RbBr	0.345	638.8

问题 1. 对如图 1 放置在立方晶格中心的一个离子，写出吸引的静电势能$V_{C0}(r)$。设上述离子只和晶格中最近的离子有相互作用（即计入距离小于或等于$r = \sqrt{3}r_0$的离子的贡献）。求与上述近似相应的麦德龙常量α_0。(1.5 分)

问题 2. 利用模型 1，写出每个离子的总势能$V_1(r)$。确定平衡时 r 所满足的方程，写出平衡时的总势能$V_1(r_0)$。［结果用α, r_0, ρ表示出来］。用精确的麦德龙常量 α. (1.5 分)

问题 3. 用实验数据，估计距离参数ρ. 用$\mathrm{N}_A = 6.022 \cdot 10^{23}[1/mole]$。 (2.0 分)

问题 4. 利用模型 2，写出每个离子的总势能$V_2(r)$。确定其平衡位置 r=r_0，写出总势能$V_2(r_0)$[用α, r, r_0, n表示出来]。 (2.0 分)

问题 5. 利用表一中的实验数据估计 NaCl 的波恩指数 n. 在平衡状态，估计静电相互作用的总势能和泡利不相容原理总作用势能（排斥作用）的比例。(1.5 分)

问题6. 钠原子的电离能（即把电子从原子完全分开需要的能量）是+5.14 eV，Cl原子的电子亲和能（原子接受一个在无穷远处静止的电子所需要的能量）为-3.61 eV. 估计NaCl晶体每个原子的总结合能。实验结果是$E_{\text{exp}} \approx -3.28[\text{eV}]$。[以eV为单位表示出来]。用单位换算：$1[\text{eV}] = 1.602 \cdot 10^{-19}[\text{J}]$。(1.5分)

第9届亚洲物理奥林匹克竞赛
理论试题
(2008年4月22日)

理论考试第 3 题

超光速物体看上去像什么？

一个物体能以超光速运动吗？如果物体是在真空中运动，回答是“不能”。但如果光速是指在一个折射率为 n（$n = c/u$，这里 u 是光在介质中的速度，c 是光在真空中的速度）的光密介质中光的相速度，则上述问题的回答就可以是“能”。

如果 u<v<c，其中 v 是物体运动的速度，我们就说物体是超光速的。众所周知的物体超光速的例子之一是带电粒子因超光速而产生切伦可夫辐射。

在本问题中，我们始终考虑物体在一个没有色散的介质中以不变的速度超光速运动。记光在介质中的速度为 u。

为简单起见，我们引入记号$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$，和常量角度$\theta$，其中$\cos\theta = u/v$及

$\tan\theta = \sqrt{\frac{v^2}{u^2} - 1}$。

1. 发光的超光速粒子

如图 1 所示，一个发光的粒子沿 x 轴以不变的速度v运动（$v > u$），观测者 M 处于与 x 轴相距为 d 的位置上。

我们选 x 轴上距观测者最近的一点 O 作 x 轴的原点。发光的粒子经过 x＝0 的点的时刻取为 t＝0。

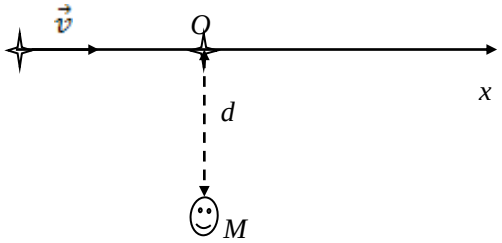


图 1

（1） 设在给定的t'时刻辐射的光在随后的 t 时刻被观测到，把 t 用d, t', u和v.表示出来。 （1.0 分）

（2）发光的粒子在 t_0 时刻开始可以被观测者看到，此时粒子所处的表观位置为x_0'。试将表观位置x_0'和时刻t_0用d, v 和θ表示出来。 （2.0 分）

（3） 对任意给定的时刻 t，求粒子的表观位置x'。将结果用 v, θ, t 和t_0表示出来。（2.0 分）

（4）求在任意给定的时刻 t 粒子的表观速度v'(t)。将结果用 v, θ, t 和t_0表示出来。（1.0 分）

（5）求粒子刚开始可以被观测者看到时的表观速度v'。（0.2 分）

（6）给出此粒子在无限远时的表观速度v'。 将结果用 v和u表示出来。（0.2 分）

（7）画出表观速度v'随 t 变化的草图，并清楚地标出表观速度的渐近值。（1.0 分）

（8）表观速度能否超过真空光速，即 $v' > c$是否可能？（0.2 分）

2．线状发光物体

考虑一个发光并沿 X 方向运动的线状物体。在相对于该物体静止的参考系中，此线状物体的长度为 L。

A. 平行运动

如图 2 所示，假设线状发光物体纵向沿 x 轴运动。

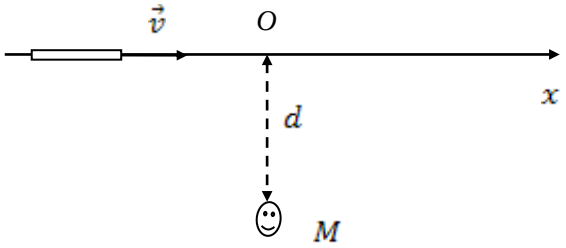


图 2

（9）给出从前端刚开始可以被观测到，到整个线状物体被完全观察到所经历的时间间隔。将你的答案用 L，γ和ν表示出来。（0.3 分）

（10）给出此物体在其被完全观察到那一刻的表观长度。将你的答案用 d，L，θ和γ表出。（0.4 分）

B．垂直运动

如图 3 所示，考虑此线状发光物体沿垂直于长度方向的 x 轴运动的情形，并让观察者处于 x 轴的原点（d=0）。发光物体关于 x 轴是对称的。

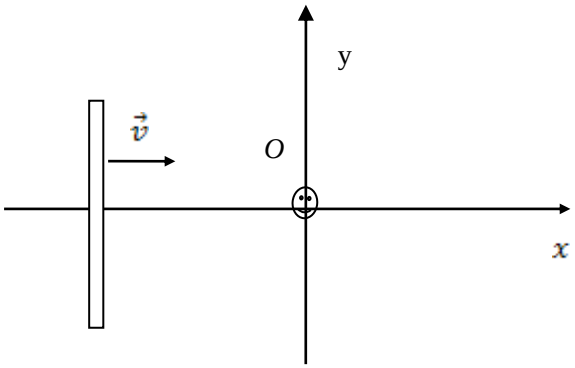


图 3

（11）证明：对某个时刻 t，此物体的外观将是一个椭圆或椭圆的一部分。（0.7 分）

求出下列量，并将它们用ν、θ、t 和 L 表出：

（12）对某个给定时刻 t，求椭圆的对称中心位置 x_c。（0.5 分）

（13）对某个给定时刻 t，求椭圆的半长轴和半短轴的长度。（0.5 分）

第9届亚洲物理奥林匹克竞赛

实验竞赛

(2008年4月24日)

实验试题

声波的物理学

声音和声音的效应广泛存在于日常生活中。本实验就是关于超声和声效应的，共由四个部分组成。第一部分为超声探测器特性测量；第二部分为超声干涉现象的观测和解释；第三部分为超声多普勒效应研究；最后一部分为闻阈和人耳分辨本领确定。

可以直接做第四部分以节省时间。

实验器材清单

编号	名称（内容】）	数量	编号	名称	数量
A	函数发生器	1	**K**	带游标尺的磁性反射镜支架，	1
B	放大/转接器	1	**L**	转盘	
C	交流毫伏计	1	**M**	固定在导轨上的马达	1
D	频率计	1	**N**	同轴电缆连接线	4
E	可调直流电源	1	**O**	带纸质量角器的可转动支架	1
F	超声发射器 (红标签)	1	**P**	立体声耳机	1
G	超声探测器(蓝标签)	1	**R**	导轨	1
H	超声发射器支架	1	**T**	可调电阻	1
I	超声探测器支架	1			
J	金属反射镜	1			

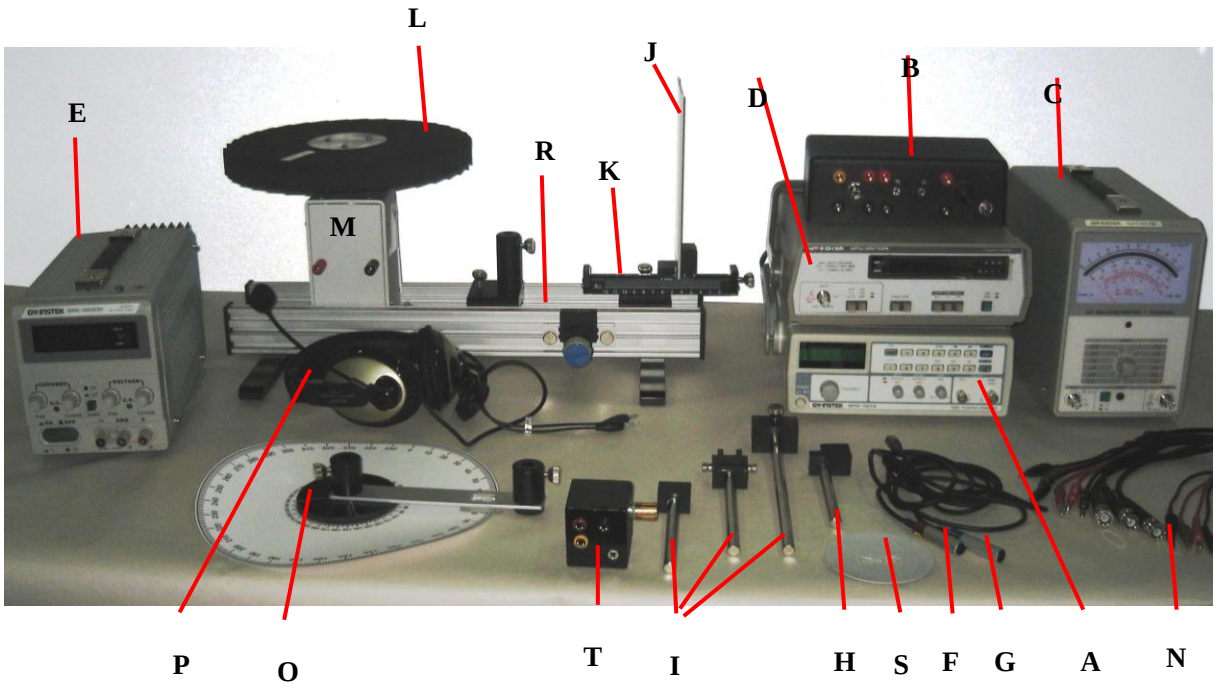
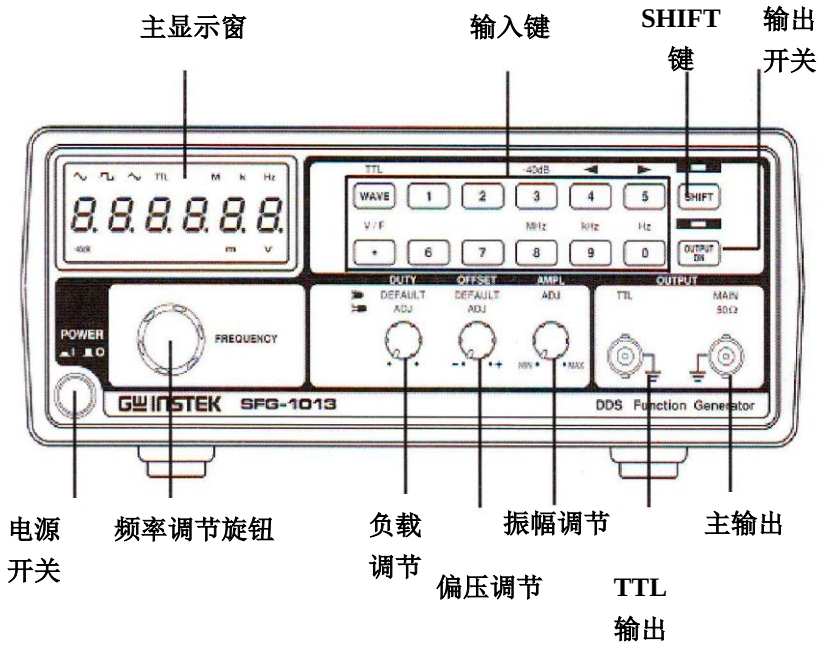


图 1. 实验装置

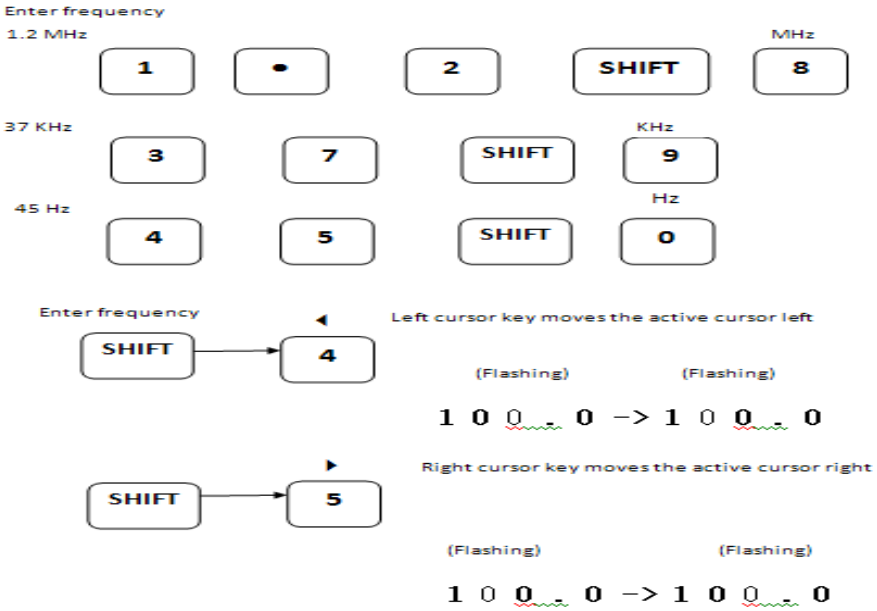
1. 函数发生器简介（器材 A）



- 按下电源开关将打开电源，再按就关闭电源。
- 按下 SHIFT 键后，输入键的功能将会改变。如果想移动主显示窗中光标

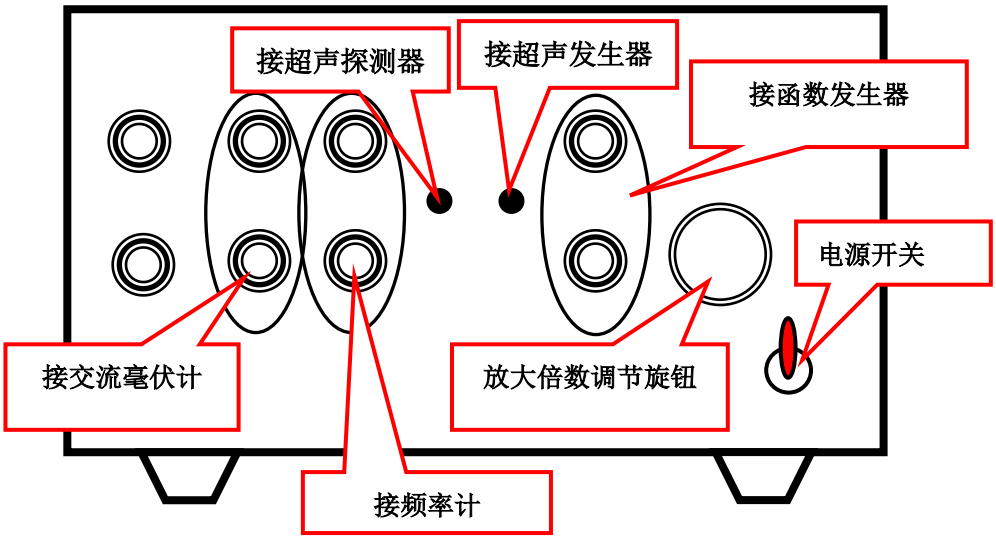
的位置（旋动频率调节旋钮时将改变此位数值），可以在按下 SHIFT 键后，再按键“4”或“5”。频率的显示单位是可以选择的，如果按下 SHIFT 键后再按“9”键，频率的单位将是 kHz。

- 频率将在主显示窗显示。如果想看函数发生器产生的信号振幅，可以依次按下 SHIFT 和 V/F 键，使主显示窗显示内容在频率和振幅间切换。
- 可以用频率调节旋钮来获得合适的频率。
- 可以用振幅调节旋钮来改变信号的振幅。
- 需要将“输出开关”打开，函数发生器才会将信号送到超声发射器。
- 在正弦波情况下，不要动“负载调节”钮。

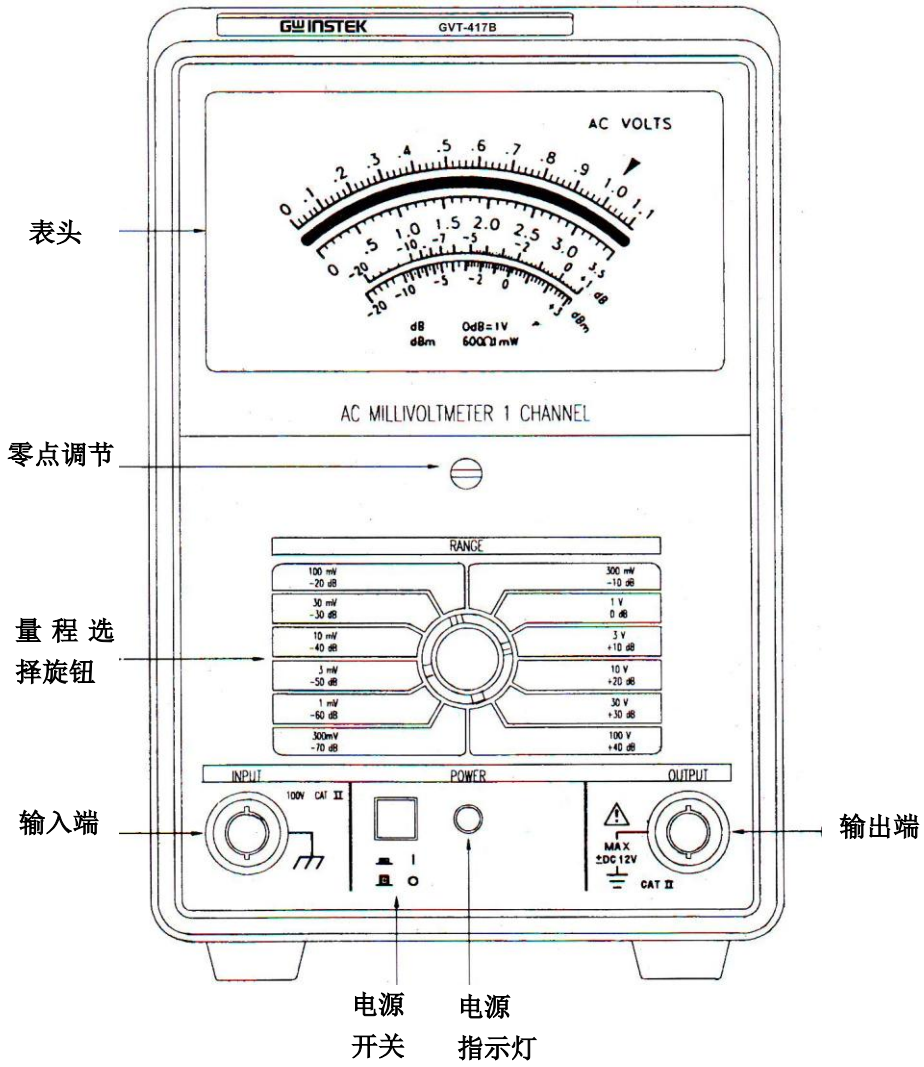


2. 放大/转接器（器材 B）

不需对放大/转接器作任何调整，只需将各种线按指示接到其上即可。

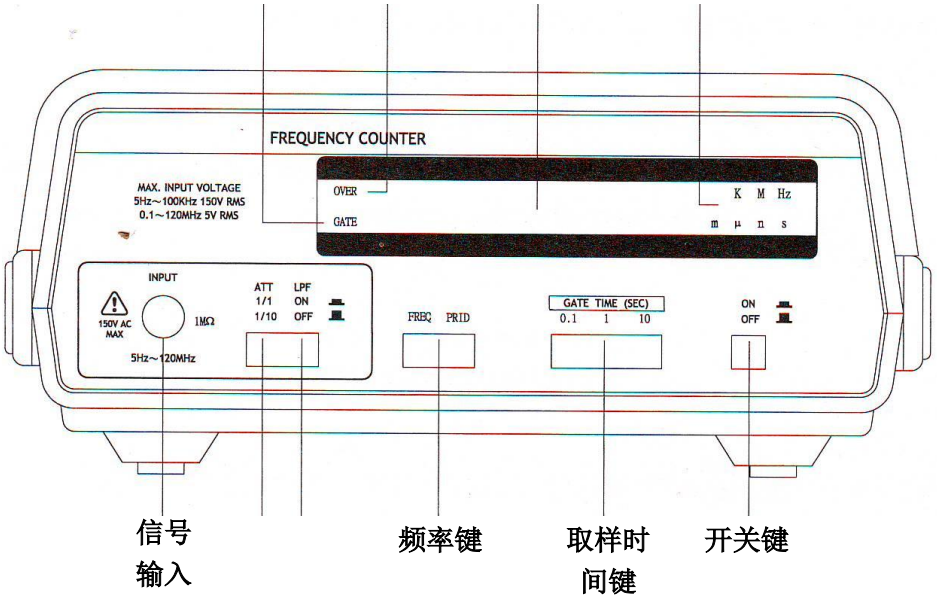


3．交流毫伏计（器材 C）



- 用同轴电缆连接线连接毫伏计输入端和放大/转接器的相应接线端。
- 将“量程”设为 100V，然后打开电源。
- 改变“量程”直到指针位于大于或等于满刻度的 1/3 时再读数。

4. 频率计（器材 D）



信号输入　**频率键**　**取样时间键**　**开关键**

- 把来自放大/转接器的信号电缆连接到“信号输入”口；
- 按下频率计开关键；
- 按下“频率键”和“0.1 秒取样时间键”，**频率计即处于测量状态。**

注意：在拔插任何连线时，一定要先断开电源，否则，可能会损坏仪器或传感器。

第一部分 超声探测器的特性（3 分）

导言

利用晶体的压电性质可以方便地实现机械振动和电信号间的转换。压电器件的一个显著特点是存在一个特定的工作频率区间。因此，在使用压电材料制成的超声探测器前，需要测定它们频率特性。

实验器材清单

1.	函数发生器 (A)	5.	超声发射器 (红标签) (F)及支架(H)
2.	放大/转接器 (B)	6.	超声探测器(蓝标签) (G)及支架(I)
3.	交流毫伏计 (C)	7.	2 根同轴电缆连接线 (N)
4.	带纸质量角器的可转动支架(O)	8.	计算器(X)

实验及步骤

我们将使用 2 个压电器件，一个用作信号发射器（红标签），另一个用作信号接收器（蓝标签）。信号发射器接收从函数发生器发出并经过放大器放大的电信号，将其转换为声波。信号探测器将发射器发出的声波转换为电信号，电信号经前置放大器放大后再由交流毫伏计测量。

提示：接到超声发射器（S）的信号振幅应该在 1V 左右。如果超过这个值，过强的超声波将使超声探测器饱和，你的结果将因此受到影响。将超声探测器固定在可转动的支架的转动臂上，并通过放大/转接器连接到电路中。在本实验过程中要保证信号源前端和探测器前端之间的距离始终保持不变。另外，请确认信号源和探测器与支架面平行，且它们的轴线重合。

1a.（1.5 分）改变函数发生器输出信号的频率，测量相应的探测器输出信号的振幅。测量过程中，频率的变化范围为 30KHz~50KHz，请确保输入超声发射器的电信号频率不超出给定范围，**否则，发射器将被损坏或发生紊乱。**在函数发生器发出的信号振幅在 1V 左右时，调节信号幅度，观察探测器的输出信号是否有明显改变。如果探测器有饱和迹象，要减少函数发生器的输出幅度。将测量数据填入表 1A，并用测量得到的数据画出交流毫伏计读数与频率的关系图。求出毫伏计读数下降到其最大值的$1/\sqrt{2}$时所对应的两个截止频率 f_1 和 f_2 及带宽$\Delta f=f_2-f_1$。根据测量结果确定工作频率 f_W（此时，来自探测器的信号幅度最大）。

1b.（1.5 分）将函数发生器输出信号频率设为工作频率。考察探测器输出信号幅度对探测器相对于源的角位置的依赖关系，并分别测出探测器输出信号幅度降至最大值的 1/2 和 1/3 时的角度值。将测量数据记入表 1B 中，画出振幅比 $A(\varphi)/A(0)$ 随角度 φ 的变化图，这里 A(φ)和 A(0)分别是角度为 φ 和 0°时的输出信号幅度。$\varphi=0°$ 的方向探测器的输出值最大，被称作源的轴向。

第二部分 波的干涉（6 分）

引言

振幅相等、传播方向相反的入射波与反射波相干会形成驻波。这两列波干涉后可使介质的某些点不产生任何振动位移，这些点被称为波节。介质中因相干而使振幅最大的点被称为波腹。

实验器材清单

1.	函数发生器 (A)	6.	金属反射镜(J) 及带游标尺的磁性支架 (K)
2.	放大/转接器 (B)	7.	导轨(R)
3.	交流毫伏计 (C)	8.	2 根同轴电缆连接线(N)
4.	超声发生器(F)及支架 (H)	9.	计算器(X)
5.	超声探测器 (G)及支架 (I)		

实验描述

2a. 波的干涉研究（1.6 分）

使用上表所列的器材 1 至 8 按图 2.1 搭建实验装置，并用其来研究波的干涉。为减少不希望的干扰，须将其它器材放到尽量远离探测器的地方。将函数发生器输出（通过放大/转接器）接到超声发生器，并将频率设定为 40kHz。

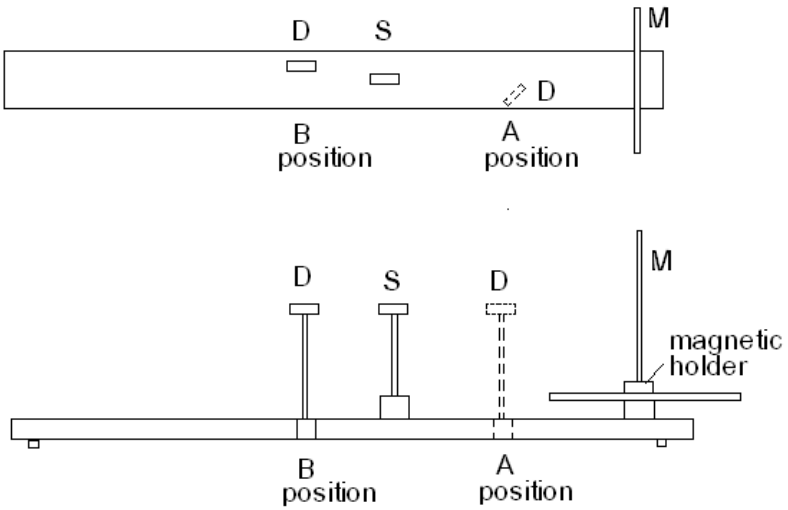


图 2.1. 波的干涉的研究 （装置的顶视和侧视图）
位置 A（Position A）：探测器在源与反射镜之间
位置 B（Position B）：探测器在源之后
S- 超声源, M-反射镜, D-探测器
magnetic holder：磁性支架

2a.1. 如图 2.1，按位置 A 方式安放探测器，考察其探测到的信号大小与 S，M 和 D 位置间的关系。当探测器太靠近源时，会出现一些原因不明的效应，因此不要在太靠近源的位置进行测量。记住：探测器的灵敏度依赖于其取向，要将其沿正确的方向放置以获得最佳的测量效果。

2a.2. 如图 2.1，按位置 B 方式安放探测器，保持 S 的位置固定不变，考察探测到的信号大小与 M 和 D 位置间的关系。

2a.3. 波长的测量

如你在实验 2a.1 中所做的那样，固定 S 和 D 的位置，通过移动 M，由实验确定超声波的波长。

2b. 用实验的方法确定下面的陈述是否正确。（2.8 分）

如陈述正确在答题纸上对应的字母下打勾，如陈述错误则在答题纸上对应的字母下打叉。

a. 在 S 和 M 之间能观测到驻波（图 2.1）。无论 S 与 M 间距离多大都会出现驻波。
b. 在 S 和 M 之间能观测到驻波。只有当 S 与 M 之间的间距为 **nλ/2** 时，才能出现驻波。此处 n 为整数。
c. 对位置 A 和位置 B 方式，探测器都能测到驻波的波节与波腹。这可以通过改变 S 和 M 的位置来证明。
d. 无论 S 和 M 之间的距离多大都能产生驻波。这可以通过改变 D 的位置从实验上观察到。对位置 B 方式，当 S 和 M 之间的距离为 **nλ/4** 时，探测到的信号幅度将会较大。这里，n 为奇数。
e. 当 S 和 M 移动时，波节和波腹相对于导轨的位置不会移动。
f. 随着 S 和 M 的间距增加，按位置 B 方式测到的反射波信号幅度将会振荡衰减。
g. 驻波只出现在 S 和 M 之间，但在源的后面，也可以探测到反射波。

2c. 驻波的研究（1.6 分）

采用位置 B 方式。如果移动反射镜，探测器探测到的信号将会出现极大和极小。在这两种情况下，鉴别反射镜表面和超声发射器前端处是波腹还是波节。如为波腹用 A 表示，如为波节则用 N 表示。

振动点的种类	在反射镜表面	在超声发生器前端处
当 D 测到最大值时		
当 D 测到最小值时		

第三部分 多普勒效应（8 分）

观测到的信号频率随源和观测者之间的相对运动而变化，这种现象就是多普勒效应。

观测到的频率由下面的公式给出：

$$f = f_o \frac{c - v_d}{c + v_s}$$ (源与探测器彼此离开) (1)

$$f = f_o \frac{c + v_d}{c - v_s}$$ (源与探测器相互接近) (2)

这里

f_o 由源发出的波的频率

c 声音在空气中的速率

v_d 探测器的速度

v_s 源的速度

实验器材清单

1.	函数发生器 (A)	7.	马达 (M)
2.	超声波放大器 (B)	8.	转盘 (L)
3.	交流毫伏计 (C)	9.	直流电源 (E)
4.	频率计 (D)	10.	导轨 (R)
5.	超声发射器(F) 及支架 (H)	11.	同轴电缆接线 (N)
6.	超声探测器(G) 及支架(I)		

实验描述

适当放置源（S）以使超声波照到转盘的侧沿斜面上，适当放置探测器以使反射的超声波能被更有效地探测到。将超声发生器连接到（通过放大/转接器）函数发生器的输出端，将超声探测器连接到（通过放大/转接器）交流毫伏计。在开始实验前，用手前后转动动圆盘以检查声强信号的变化。如果声音强度信号变化很小，就应该适当调节超声发射器和接收器的位置。**如果装置没有被正确地放置和合适地调节，测得的声音强度和频率将会发生错误。**

- 打开驱动转盘的马达
- 缓慢增加加在马达上的电压，观察声音频率的变化
- 为了进行本部分的测量，建议利用第一部分和第二部分的结果。例如，设定工作频率等。如果你不能确定工作频率，就把40kHz作为工作频率。

请确信，从函数发生器发出的信号不是太强，没有使探测器饱和。

3a. 写出转盘引起的声波多普勒频移的公式。（1.5 分）

- 由超声发射器发出的声波被转盘上的锯齿反射后会产生多普勒效应(图 3.1)。将锯齿沿 R 方向的移动速度记为 v，写出用 f_o, c 及 v 表示的 f 的表达式。在实验中，应使入射角和反射角都小于 5 度，这样多普勒效应对角度的依赖关系可以忽略。

- 由上面得到的表达式，采用记号 $\triangle f = |f - f_o|$，f_o 是工作频率，在 v<<c 的情况下，写出 $\Delta f / f_0$ 的简化公式，并表示成 v/c 的函数。在答题纸上清楚列出完整的计算步骤。

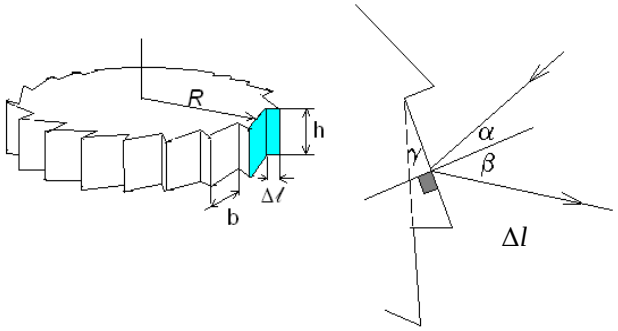


图 3.1 转盘上的锯齿

3b. 转盘引起的多普勒效应的计算（1.4 分）

导出锯齿中点的径向速度 v 与盘转动的角速度Ω和 Δl 的关系，（在作进一步计算时，锯齿的高度定为 Δl =4.37 ± 0.05 *mm*）

3c. 多普勒效应与马达电压间的关系（2.8 分）

测量探测器接收的声波频率随着马达电压的变化关系，马达电压值应不大于 16V。做 $\triangle f/f_o$ 随 U 变化的图，由图中大的 U 值对应的部分外推至 $\triangle f/f_o = 0$，从而定出转盘开始转动时的阈值电压 U_t，并定出图中曲线的斜率，及斜率的测量误差。

提示：确保转盘始终沿顺时钟方向转动。选择接收器位置使得频率测量的读数更稳定，更有效率。为达到省时目的，在测量马达电压时，可同时测量 3d 小节所要测的电流。

所有在实验中使用的仪器都已经过校准。每一系统都有自己的特性参数，并在专门的纸上列出。例如，对 10V 电压，多普勒效应的频率漂移已写在相应的纸上，纸上列出了很多参数，请挑选其中有用的参数来校准你的测量结果。

3d. Ω对 U 的线性依赖（0.8 分）

从参数纸上找出角速度Ω、电压 U 和电流 I 以及它们的测量误差（对顺时针方向）的数据，计算Ω线性依赖于 U 的系数和误差。假定在较高的电压下，Ω近似地正比于加在马达上的电压。你要将在参数纸上找到的这些数值抄写到答题纸上。

3e. 由多普勒效应确定空气的音速（1.5 分）

同时考虑 $|\triangle f|/f_o$ 与 v 和 $\frac{|\triangle f|}{f_o}$ 与 U 的关系，由实验结果求出空气中的音速。 利用空气中的音速的实验值和理论值，计算实验结果的相对偏差，$\frac{c_{exp}-c_{theor}}{c_{theor}}\times 100\ \%$ 。 这里 c_{theor}=343m/s，你只能在此部分用此值。

第四部分 闻阈与音频分辨本领（1.5 分）

闻阈是以 W/m^2 为单位量度的我们刚刚能够听到的最小声音强度。闻阈与声音的频率有关。在 2000Hz 附近闻阈为 $I_0=10^{-12}$W/ m^2 。对数值 $\log_{10}(I/I_0)$称作声强级(SIL)，其单位为贝尔（Bell），简写为贝（ B ）。实际上采用 $10SIL=10\log_{10}(I/I_0)$ 更为方便，其单位为分贝（deciBel）或简写为 dB。

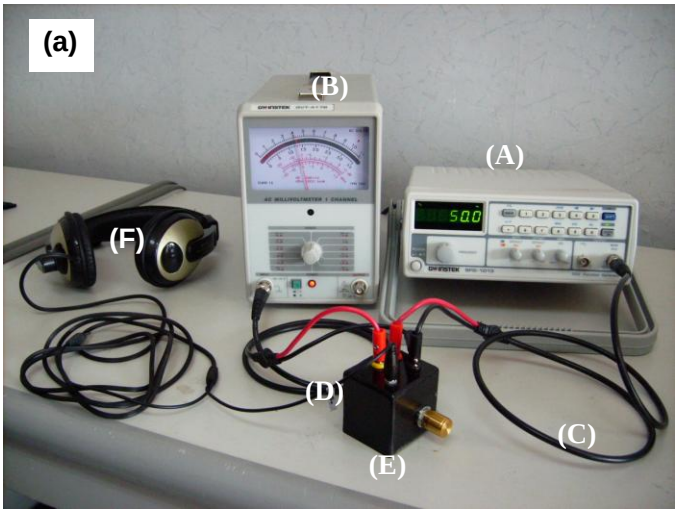
实验器材清单（此部分仪器标号与前面不同）

本实验需要下列器材(图 4.1a)

1) 函数发生器(**A**)
2) 交流毫伏计(**B**)
3) 同轴电缆接线(C,D)
4) 可变电阻(**E**)
5) 耳机(**F**)

准备

1. 按照图 4.2 连接实验装置
2. 打开交流毫伏计与函数发生器的电源开关
3. 让函数发生器输出幅度调节旋钮置于中间位置



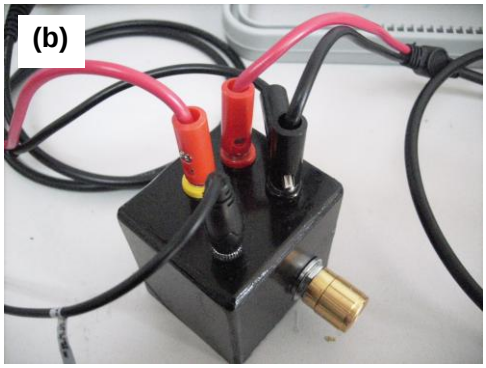


图 4.1 (a) 仪器的连接。 (b) 可变电阻与接线。 将函数发生器的红接线插入可变电阻盒的红插孔，函数发生器的黑接线头与交流毫伏计的黑接线头之一上有一个插孔，先将它们相联，然后再插入可变电阻的黑插孔；交流毫伏计的红接线插入可变电阻器的黄插孔；耳机接线插入耳机插孔。

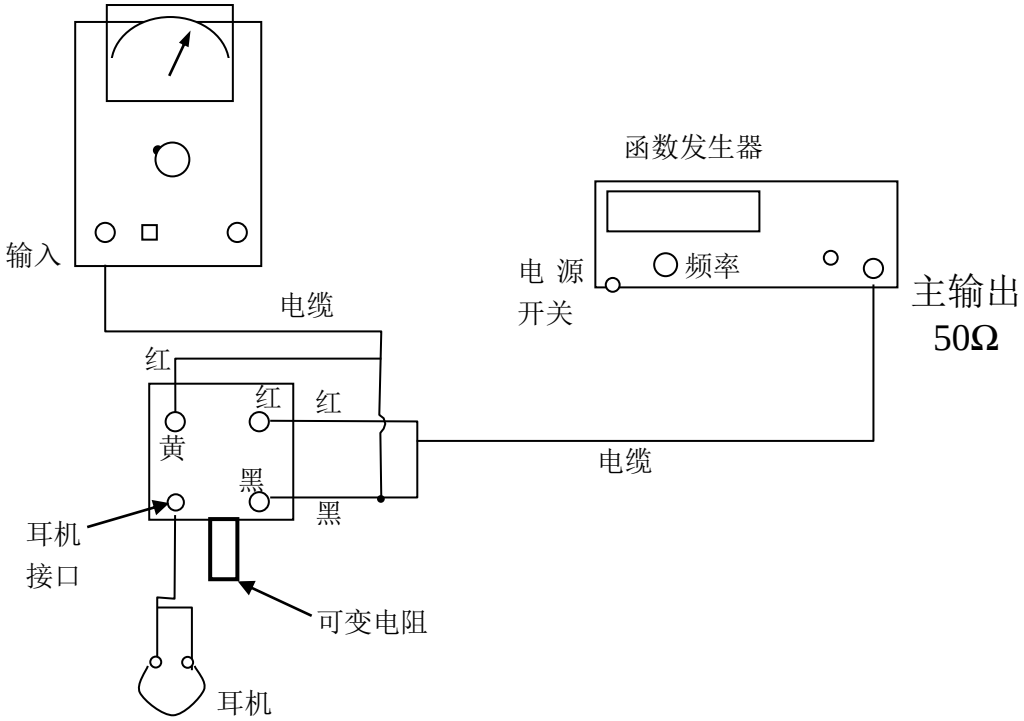


图 4.2 连线简图

测量

4a. 自身听觉的频率范围（0.5 分）

A. 测定自身可听到的最低频率 f_{low}；及 **B.** 测定自身可听到的最高频率 f_{high}。

1. 调节耳机上的音量控制（音量调节钮再左耳机上，请仔细查找），使耳机的音量达到最大。
2. 测定听觉可感知的最低频率 f_{low}。测定过程中，应同时改变声音的频率和音量。用函数发生器的频率调节钮改变频率，用可变电阻器及函数发生器的振幅调节(Amplitude ADJ)旋钮改变音量。
3. 采用与上述类似的过程测定 f_{high}。

4b. 测定最佳听觉频率范围（1 分）

1. 逐步降低音量。每降低一次音量，都要测定一次 f_{low} 及 f_{high}。找到你所能听到的最低音量的频率区间；此频率区间的下限是听觉最佳范围的最低频率 f_{th1}，此频率区间的上限是听觉最佳范围的最高频率 f_{th2}。此二频率的平均值即为最灵敏听觉的频率

$$f_{th} = \frac{f_{th1} + f_{th2}}{2} =$$

4c. 人耳的音频分辨本领(R) （1 分）

人耳的音频分辨能力是分辨两个频率相近的声音的能力

1. 将函数发生器的频率设定为 f_{th}
2. 在用耳机监听的同时，调整音量至听得最清楚的大小
3. 少量改变声音频率，如果分辨不出此频率声音与频率为 f_{th} 的声音的差别，则稍稍增大频率的改变量，直到找到一个与 f_{th} 不同且能分辨的频率。此频率与 f_{th} 之差即为人耳在频率 f_{th} 的最小可分辨频率。
4.计算最小可分辨频率(Δf)和音频分辨本领 $R = f/\Delta f$

4d. 在上述频率范围，测定对应人耳可感知多普勒效应的最低反射镜移动速率。（0.5 分）

寻求听觉能分辨因反射镜移动产生的最小多普勒频移。用下式计算反射镜的最低移动速率及其误差。

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{2v}{c}$$

这里，c=343m/s，为 20ºC 时在声频范围的空气中声速。你仅能在此部分用此值。

北京大学物理学院　　荀坤　王若鹏　陈晓林　　编译

Problem 3. How does a superluminal object look like?

1. Radiating superluminal dot

(1) Expression of t in terms of d, t', u and v.

$t = t' + \sqrt{d^2 + (vt')^2}/u$	1.0

(2) The apparent position x_0' in terms of d and θ.

$x_0' = -d\cot\theta$	1.0

The observed time t_0 of the first appearance in terms of d, v and ϑ.

$t_0 = \frac{d}{v}\tan\theta$	1.0

(3) The apparent position(s) x'(t) in terms of v, θ, t and t_0.

$x_+' = v\cot^2\theta\left(-t + \cos^{-1}\theta\sqrt{t^2 - {t_0}^2}\right)$ $x_-' = v\cot^2\theta\left(-t - \cos^{-1}\theta\sqrt{t^2 - {t_0}^2}\right)$	2.0

(4) The apparent velocity(s) v'(t) in terms of v, θ, t and t_0.

$v'_+(t) = v\ \cot^2\theta\{-1 + 1/[\cos\theta\sqrt{1-(t_0/t)^2}]\}$ along the $+x$ axis $v'_-(t) = v\ \cot^2\theta\{-1 - 1/[\cos\theta\sqrt{1-(t_0/t)^2}]\}$ along the $-x$ axis	1.0

(5) The apparent velocity(s) v' of the first appearance of the particle

$v'_+ = -\infty$ along the $+x$ axis $v'_- = \infty$ along the $-x$ axis	0.2

(6) The apparent velocity(s) v' of the particle at infinite distances in terms of v and u

$v'_+ = vu/(v+u) = u/(1+\cos\theta)$ along the $+x$ axis $v'_- = -vu/(v-u) = -u/(1-\cos\theta)$ along the $-x$ axis	0.2

(7) The graph of the apparent velocity v' versus time *t*. (Remember to write down the asymptotic values of the apparent velocity).

	1.0

(8) An apparent velocity CAN / CANNOT exceed the light speed in the vacuum. Circle the correct answer.

Can	0.2
Can not	

1.1. Radiating linear object

A. Parallel movement

(9) The time interval of complete appearance of the whole linear object from the first appearance of its front point. *(*in terms of L, γ and v*)*

$\Delta t = L/(\gamma v)$	0.3

(10) The apparent length(s) of the object at the moment of its complete appearance. *(*in terms of d, L, θ and γ*)*

$L_+ = \frac{L\cot^2\theta}{\gamma}\left(\cos^{-1}\theta\sqrt{1+\frac{2d\gamma\tan\theta}{L}}-1\right)$ $L_- = \frac{L\cot^2\theta}{\gamma}\left(\cos^{-1}\theta\sqrt{1+\frac{2d\gamma\tan\theta}{L}}+1\right)$	0.4

B. Perpendicular movement

(11) Show that the x and y coordinates of any given point of the object satisfy an elliptic equation

$\frac{(x-x_c)^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$	0.7

(12) The position x_c of the centre of symmetry of the ellipse in terms of v, t and θ.

$x_c = -vt\cot^2\theta$	0.5

(13) The lengths of the semi-major and semi-minor axes of the ellipse in terms of v, t and θ.

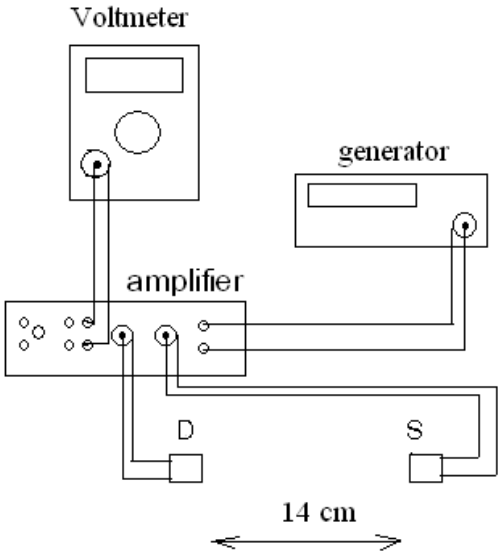
$a = vt\frac{\cos\theta}{\sin^2\theta}$ $b = vt\cot\theta$	0.5

Sample solutions

1a. Characteristic of the supersonic microphones

(Amplitude of input signal is 1 V, constant).

f, Hz	U,V	U/U_{max}
38600	155	0.168
39000	245	0.266
39400	470	0.511
39800	830	0.902
39850	865	0.940
39900	895	0.973
40000	915	0.995
40020	910	0.989
40100	885	0.962
40200	820	0.891
40400	660	0.717
40600	470	0.511
40800	300	0.326
41000	205	0.223
41200	144	0.157
41300	125	0.136
41400	110	0.120



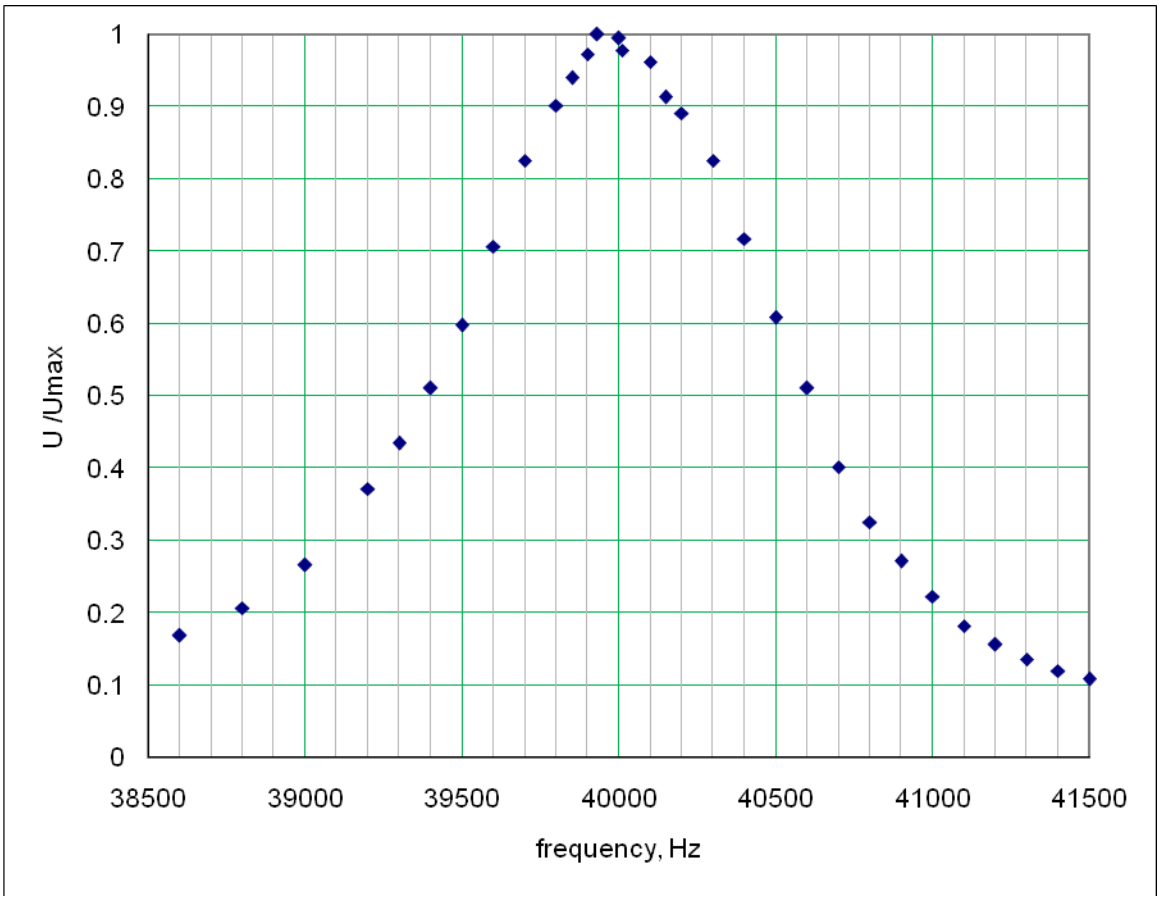


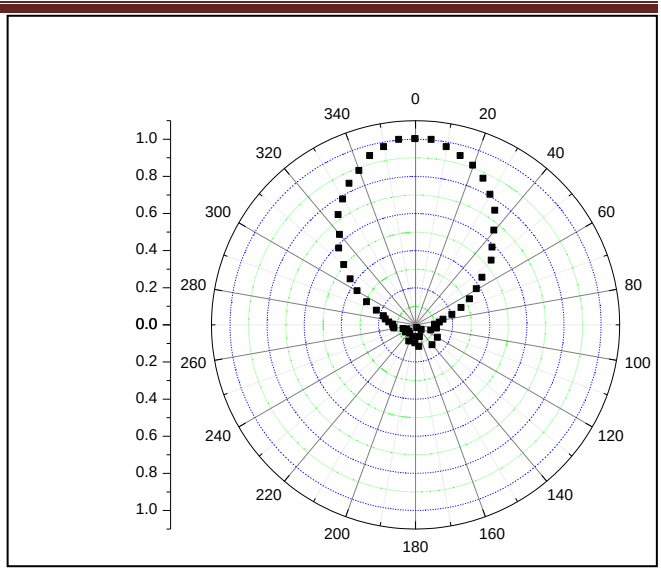
Fig 2. Characteristic of super sonic microphone. Amplitude of input signal 1V.

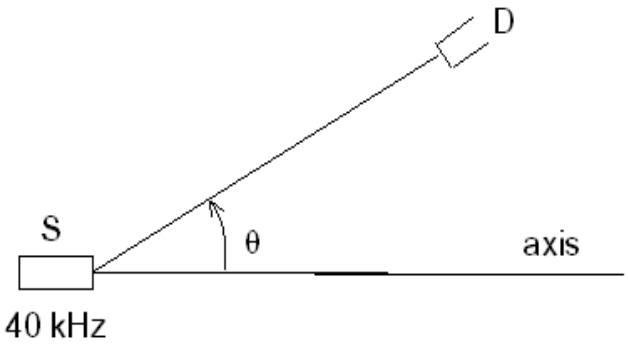
The microphones system of source and detector's is high sensitivity in the range frequency $\Delta f = 40\ kHz \pm 600\ Hz$.

Amplifier amplified signal in the range frequency 10 kHz- 200 kHz.

1b. Dependence amplitude emitted signal of angle

angle, degree	Amplitude of signal U, mV	U/Umax	angle, degree	Amplitude of signal U, mV	U/Umax
0	300	1	250	30	0.10
10	280	0.93	260	33	0.11
20	260	0.87	270	32	0.11
30	200	0.67	280	52	0.17
40	150	0.50	290	65	0.22
50	120	0.40	300	100	0.33
60	100	0.33	310	120	0.40
70	68	0.23	320	150	0.50
80	50	0.17	330	200	0.67
90	30	0.10	340	260	0.87
100	30	0.10	350	280	0.93
110	30	0.10	360	300	1.00





angle	U, V	U/Umax	angle	U, V	U/Umax
5	0.68	1	180	0.068	0.100
10	0.66	0.971	210	0.038	0.056
20	0.62	0.912	240	0.034	0.050
30	0.55	0.809	250	0.046	0.068
40	0.45	0.662	270	0.082	0.121
50	0.365	0.537	300	0.245	0.360
60	0.26	0.382	330	0.53	0.779
70	0.18	0.265	335	0.57	0.838
80	0.105	0.154	340	0.6	0.882
90	0.072	0.106	345	0.64	0.941
100	0.08	0.118	350	0.66	0.971
120	0.095	0.140	355	0.68	1.000
150	0.014	0.021	360	0.68	1.000

Part 2. Interference of Wave.

2a. Observation the Interference of Ultra Sound Wave.

Fill the table (Correct or Incorrect).

a	b	c	d	e	f	g
√	X	X	√	X	√	√

a) and b) The resultant standing wave *y* equation will be the sum of y_1 and y_2:

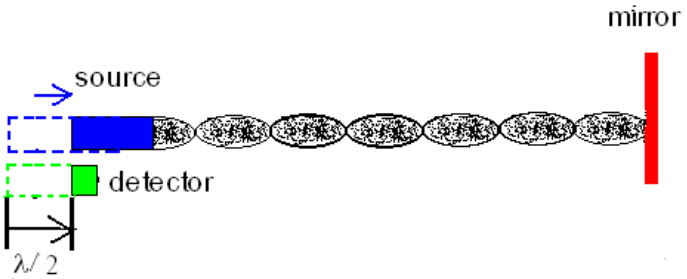
$$y = y_0 \sin(kx - \omega t) + y_0 \sin(kx + \omega t).$$

Using a trigonometric identity to simplify, the standing wave is described by:

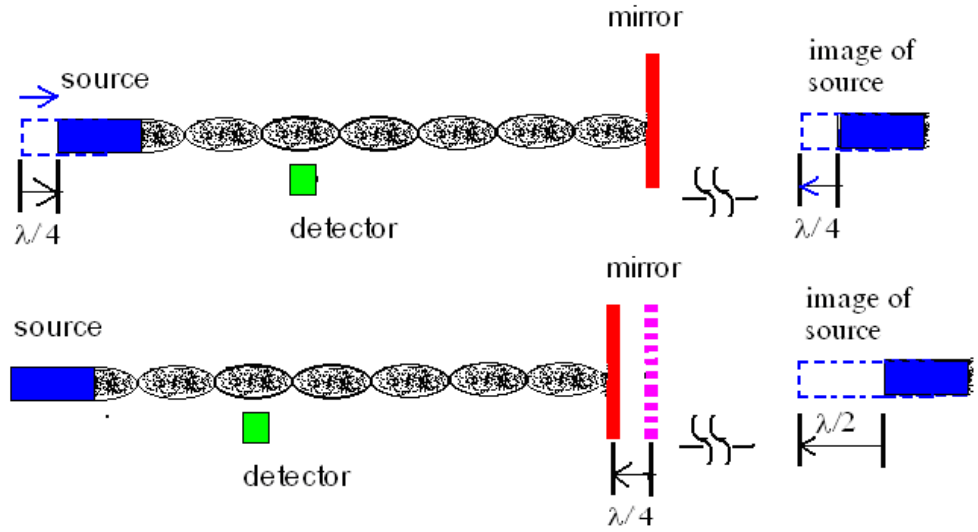
$$y = 2\, y_0 \cos(\omega t)\ \sin(kx).$$

c) In the positions A we can observe standing wave, but in the positions B only detects reflected waves.

d)



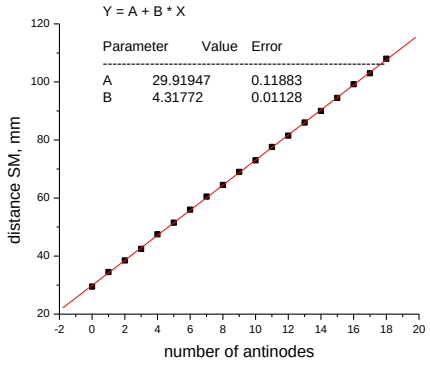
e)



f) and g)



2b. Determination the Wavelength.



№	$d_1 = SM$, mm	$\frac{SM}{\lambda/2}$	n, number of antinodes in SM	$d_1 - n\frac{\lambda}{2}$, mm
0	29.5	6.88	7	-0.53
1	34.5	8.04	8	0.18
2	38.5	8.97	9	-0.11
3	42.5	9.91	10	-0.40
4	47.5	11.07	11	0.31
5	51.5	12.00	12	0.02
6	56	13.05	13	0.23
7	60.5	14.10	14	0.44
8	64.5	15.03	15	0.15
9	69	16.08	16	0.36
10	73	17.02	17	0.07
11	77.6	18.09	18	0.38
12	81.5	19.00	19	-0.01
13	86	20.05	20	0.20
14	90	20.98	21	-0.09
15	94.5	22.03	22	0.12
16	99.2	23.12	23	0.53
17	103	24.01	24	0.04
18	108	25.17	25	0.75
			average	0.14
			abs dev	0.23

From graph, $< \lambda_{exp} > = 2 * 4.318\ mm = 8.63\ mm$ $\Delta\lambda = 2 * 0.01\ mm = 0.02\ mm$

Theoretically

$$\lambda_{theor} = \frac{344000\ mm}{40000} = 8.60\ mm$$

$$\varepsilon = \frac{\lambda_{exp} - \lambda_{theor}}{\lambda_{theor}} = 0.3\ \%$$

2c. Observation the Standing Wave.

Fill the tables by marks ANT (antinode) or NODE (node) for the observed standing wave.

A) On the surface of the mirror

Detection signal level	On the surface of the mirror	Expression
Maximal	Node	Mirror is closed end
Minimal	Node	Mirror is closed end

B) On the surface of the source

Detection signal level	On the surface of the source	Expression

Maximal	**Antinode**	**See Figure D1**
Minimal	**Node**	**See Figure D2**

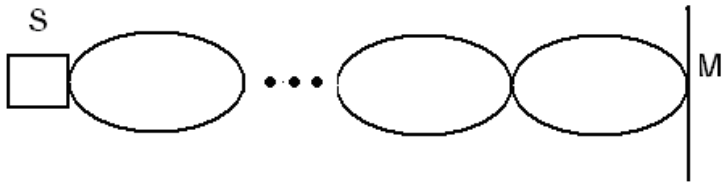


Figure D1

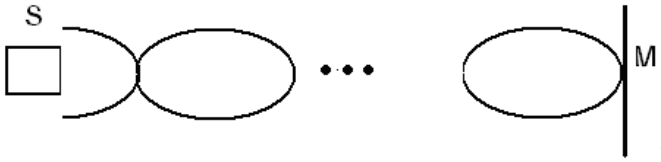
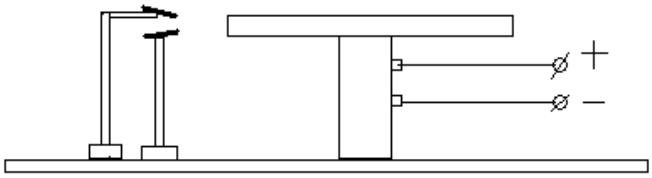


Figure D2

3. The Doppler effect

Make an adjustment of instrument for the measurement the Doppler effect from the side of disk, observe effect.



3a. Write formula

Mirror receding: $v_d = -v;\ v_s = v$

Mirror approaching: $v_d = v;\ v_s = -v$

Solution: In this situation there two Doppler shifts. In the first shift, the mirror is the receding "Receiver".

The frequency of sound reaching the mirror

$$v_s = 0;\ v_d = -v;\ f' = f_o \frac{c - v}{c}$$

In the second shift, the mirror acts as a source of sound with frequency f', and the receiver is the Detector.

The frequency of sound reaching the detector

$$v_s = v;\ v_d = 0;\ f = f'\frac{c}{c+v}$$

Then the frequency measured by the detector is

$$f = f'\frac{c}{c+v} = f_o\frac{c-v}{c+v}$$

$$\Delta f = f_o - f = f_o\left(1 - \frac{c-v}{c+v}\right) = \frac{2v}{c+v}f_o$$

3b. Simple formula

$$y = (1+x)^n \approx 1 + nx$$

$$v \ll c \qquad f \approx f_o\left\{1 \mp \frac{v}{c}\right\}^2 \approx f_o(1 \mp 2\frac{v}{c})$$

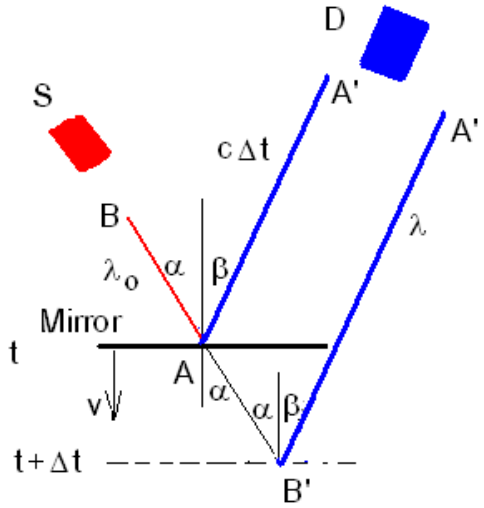
$$\frac{|f_o - f|}{f_o} = \frac{2v}{c}$$

Oder solutions:

3a1. Angular incidence and angular detecting

$v \ll c \quad \frac{|f_o - f|}{f_o} \approx \frac{v}{c * cos\alpha} * [1 + \cos(\alpha + \beta)]$

Solution:



$A'B': \quad \lambda = c\Delta t + AB'\cos(\alpha + \beta) = c\Delta t + \frac{v\Delta t}{cos\alpha}\cos(\alpha + \beta)$

$BB': \quad c\Delta t = \lambda_o + AB' = \lambda_o + \frac{v\Delta t}{cos\alpha}$

$$\frac{\lambda_o}{\lambda} = \frac{c - v/cos\alpha}{c + vcos(\alpha + \beta)/cos\alpha}$$

$$\frac{|f_o - f|}{f_o} \approx \frac{v}{c * cos\alpha} * [1 + \cos(\alpha + \beta)]$$

Simple formula

$$\alpha + \beta < 10^o$$

$sin10^0 = 0.1736; \quad \frac{10^0}{180^0}\pi = 0.1745\ rad$

$cos10^o = 0.9848 = 1 - 0.0152$

$$\cos(\alpha + \beta) = 1 - \frac{1}{2}\sin^2(\alpha + \beta)$$

$$\frac{|f_o - f|}{f_o} \approx \frac{v}{c * cos\alpha}(2 - \frac{(\alpha + \beta)^2}{2}) \approx \frac{2v}{c * cos\alpha}$$

3a2. Normal incidence and normal detecting

$\frac{|f_o - f|}{f_o} \approx \frac{2v}{c}$

$\alpha = 0^o; \quad \beta = 0^o$

$\lambda_o f_o = c \qquad \lambda f = c$

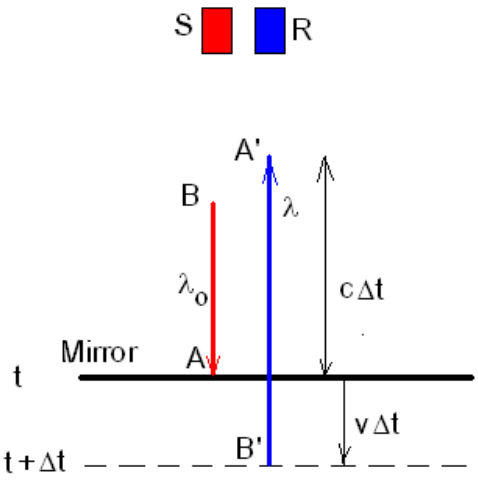
$\lambda_0 = BB' - AB' = (c - v)\Delta t$

$\lambda = A'B' = (c + v)\Delta t$

$\frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{f}{f_o} = \frac{c - v}{c + v}$

Mirror receding $\quad f = f_o \frac{c-v}{c+v}$

Mirror approaching $\quad (v \equiv -v) \quad f = f_o \frac{c+v}{c-v}$



3a2. Normal incidence, angular detecting

$\alpha = 0°; \quad \beta = +\beta$

$\frac{|f_o - f|}{f_o} \approx \frac{v(1 + \cos\beta)}{c}$

3a3. Angular incidence, same angular detecting

$\alpha = 0°; \quad \beta = -\alpha$

$\frac{|f_o - f|}{f_o} \approx \frac{2v}{c * \cos\alpha}$

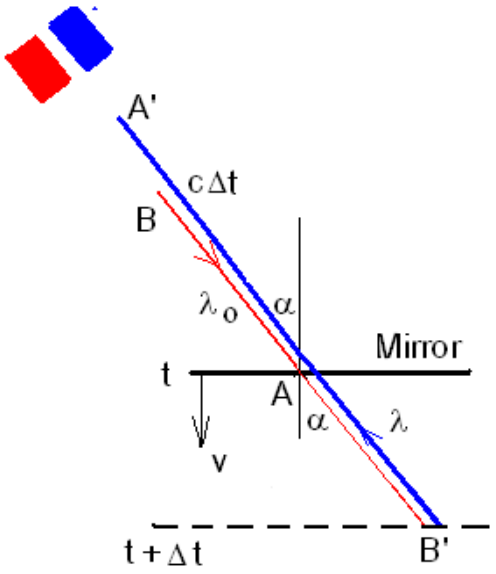
Solution:

$A'B': \quad \lambda = c\Delta t + AB' = c\Delta t + \frac{v\Delta t}{\cos\alpha}$

$BB': \quad c\Delta t = \lambda_o + AB' = \lambda_o + \frac{v\Delta t}{\cos\alpha}$

$\frac{\lambda_o}{\lambda} = \frac{c - v/\cos\alpha}{c + v/\cos\alpha}$

$v \ll c \qquad \frac{|f_o - f|}{f_o} \approx \frac{2v}{c * \cos\alpha}$

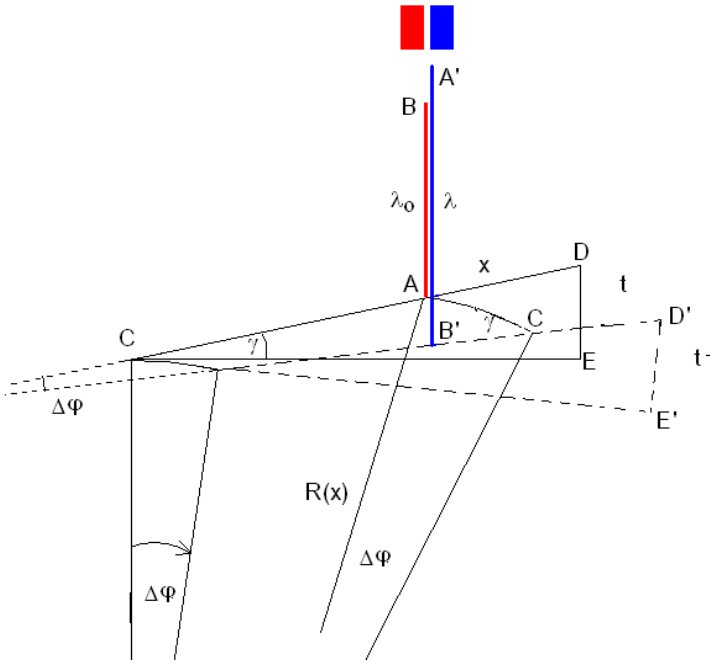


3a4. Incidence and detecting to direction centre of the circle.

$v \ll c \quad \frac{|f_o - f|}{f_o} \approx \frac{2v}{c * cos\gamma} = \frac{2 * 36 * \delta\Delta l}{c}$

$\alpha = -\gamma; \quad \beta = +\gamma$

Solution:



$A'B' = \lambda = c\Delta t + AB'$

$$BB' = c\Delta t = \lambda_o + AB'$$

$$AB' = v(x) * \Delta t$$

$$\frac{\lambda_o}{\lambda} = \frac{c - v(x)}{c + v(x)}$$

$$\frac{|\Delta f|}{f_o} = \frac{2v(x)}{c}$$

$$AB' = v(x)\Delta t = R(x)\Delta\varphi * sin\gamma$$

$$R(x) = (R_D - xsin\gamma)$$

$$\Delta\varphi = 2\pi\delta\Delta t$$

$$v(x) = R(x)2\pi\delta * sin\gamma$$

$$sin\gamma = tg\gamma(1 - \frac{tg^2\gamma}{2})$$

$$tg\gamma = \frac{DE}{CE} = \frac{36\Delta l}{2\pi R_C}$$

$$v(x) = R(x)2\pi\delta * \frac{36\Delta l}{2\pi R_C}\left\{1 - \frac{1}{2}\left[\frac{36\Delta l}{2\pi R_c}\right]^2\right\}$$

$$v(x) = 36\delta\Delta l\left(1 + \frac{\Delta l}{R_C} - \frac{xsin\gamma}{R_C}\right) * \left\{1 - \frac{1}{2}\left[\frac{36\Delta l}{2\pi R_c}\right]^2\right\}$$

$$\frac{\Delta l}{R_C} = 0.031 = \left[\frac{36\Delta l}{2\pi R_c}\right]^2 = 0.031$$

$$v_{x=0} = 36\delta\Delta l\left\{1 + \frac{\Delta l}{2R_C}\right\}$$

$$v_{x=\frac{\Delta l}{sin\gamma}} = 36\delta\Delta l\left\{1 - \frac{\Delta l}{2R_C}\right\}$$

$$< v(x) > = 36\delta\Delta l$$

$$\frac{v}{cos\gamma} = < v(x) >$$

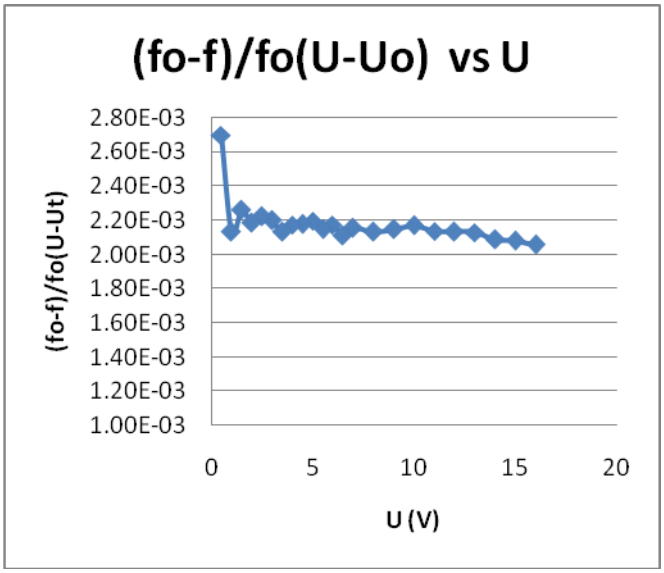
$$v = < v(x) > * cos\gamma = 36\delta\Delta l * cos\gamma$$

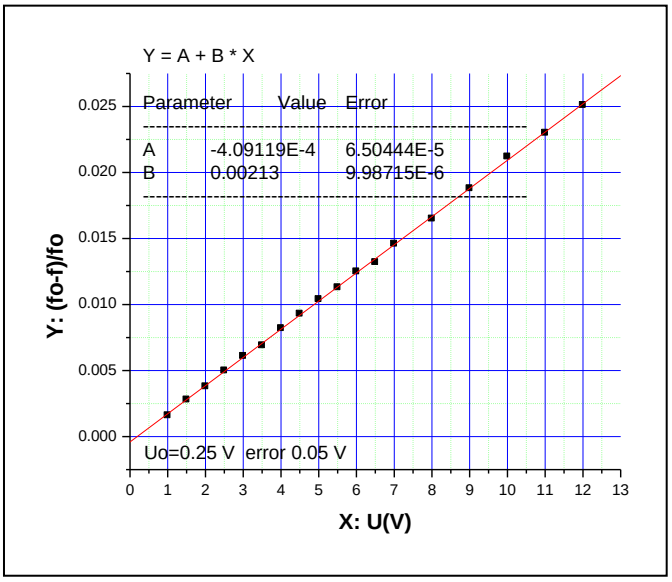
Angle, degree	0	5	10	15	20	25
Cos(angle)	1.00	0.996 (0.4 %)	0.985 (1.5 %)	0.966 (3.4 %)	0.940 (6%)	0.906 (10 %)

3c. Experiment. The Doppler effect.

3c1. Tabulete (Direction of rotation of the disk: decreasing frequency)

№	Voltage U (V)	Current I (A)	Output frequency f (Hz)	Input frequency f_o (Hz)	$\Delta f = f_o - f$ (Hz)	$\frac{\Delta f}{f_o}$	$\frac{(f_o - f)}{f_o(U - U_t)}$	Power P=I*U (W)	Impedance Z=U/I (Ohm)
1	16	1.23	38705	40000	1295	3.24E-02	2.06E-03	19.68	13.01
2	15	1.15	38772	40000	1228	3.07E-02	2.08E-03	17.25	13.04
3	14	1.08	38853	40000	1147	2.87E-02	2.09E-03	15.12	12.96
4	13	1	38915	40000	1085	2.71E-02	2.13E-03	13	13.00
5	12	0.9	38997	40000	1003	2.51E-02	2.13E-03	10.8	13.33
6	11	0.81	39081	40000	919	2.30E-02	2.14E-03	8.91	13.58
7	10	0.73	39154	40000	846	2.12E-02	2.17E-03	7.3	13.70
8	9	0.61	39249	40000	751	1.88E-02	2.15E-03	5.49	14.75
9	8	0.54	39339	40000	661	1.65E-02	2.13E-03	4.32	14.81
10	7	0.48	39418	40000	582	1.46E-02	2.16E-03	3.36	14.58
11	6.5	0.44	39473	40000	527	1.32E-02	2.11E-03	2.86	14.77
12	6	0.43	39500	40000	500	1.25E-02	2.17E-03	2.58	13.95
13	5.5	0.39	39549	40000	451	1.13E-02	2.15E-03	2.145	14.10
14	5	0.38	39583	40000	417	1.04E-02	2.19E-03	1.9	13.16
15	4.5	0.36	39630	40000	370	9.25E-03	2.18E-03	1.62	12.50
16	4	0.33	39674	40000	326	8.15E-03	2.17E-03	1.32	12.12
17	3.5	0.31	39723	40000	277	6.93E-03	2.13E-03	1.085	11.29
18	3	0.3	39758	40000	242	6.05E-03	2.20E-03	0.9	10.00
19	2.5	0.28	39800	40000	200	5.00E-03	2.22E-03	0.7	8.93
20	2	0.26	39847	40000	153	3.83E-03	2.19E-03	0.52	7.69
21	1.5	0.25	39887	40000	113	2.83E-03	2.26E-03	0.375	6.00
(-)	1	0.24	39936	40000	64	1.60E-03	2.13E-03	0.24	4.17
(-)	0.5	0.24	39973	40000	27	6.75E-04	2.70E-03	0.12	2.08
$U_t = (0.25 \pm 0.05)V$			Threshold of motion		Average (N1:N21)		2.15E-03		
						Abs error	3.70E-05		





From graph,

$$\frac{f_o - f}{f_o} \sim (U - U_t)$$

$$\frac{f_o - f}{f_o} = slope1 * (U - U_t) \qquad (2)$$

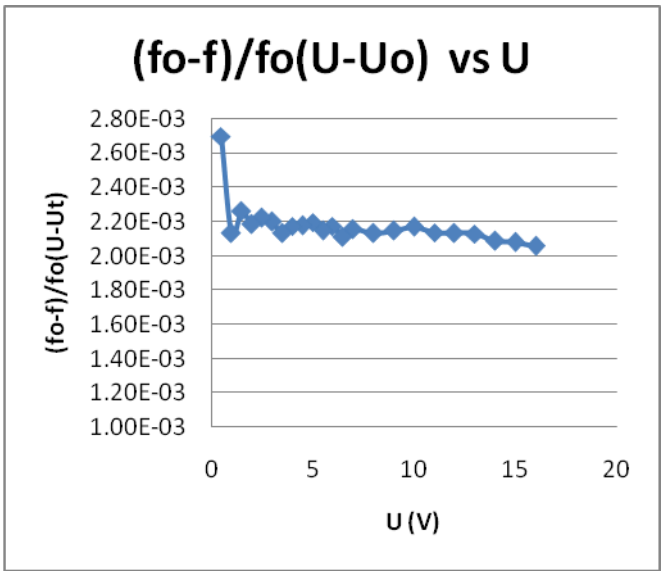
$$slope1 = (2.15 \pm 0.037) * 10^{-3} V^{-1}$$

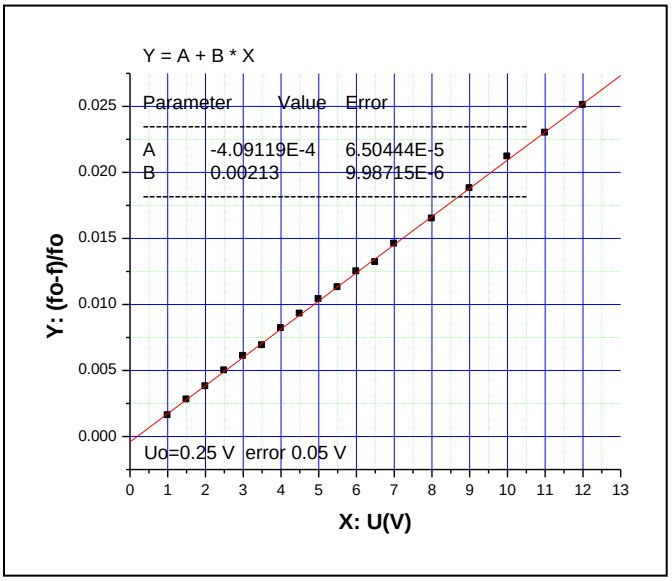
$$U_t = (0.25 \pm 0.05) V$$ (Direction of rotation of the disk: decreasing frequency)

3c. Experiment. The Doppler effect.

Tabulete **(Direction of rotation of the disk: decreasing frequency)**

№	Voltage U (V)	Current I (A)	Output frequency f (Hz)	Input frequency f_o (Hz)	$\Delta f = f_o - f$ (Hz)	$\frac{\Delta f}{f_o}$	$\frac{(f_o - f)}{f_o(U - U_t)}$	Power P=I*U (W)	Impedance Z=U/I (Ohm)
1	16	1.23	38705	40000	1295	3.24E-02	2.06E-03	19.68	13.01
2	15	1.15	38772	40000	1228	3.07E-02	2.08E-03	17.25	13.04
3	14	1.08	38853	40000	1147	2.87E-02	2.09E-03	15.12	12.96
4	13	1	38915	40000	1085	2.71E-02	2.13E-03	13	13.00
5	12	0.9	38997	40000	1003	2.51E-02	2.13E-03	10.8	13.33
6	11	0.81	39081	40000	919	2.30E-02	2.14E-03	8.91	13.58
7	10	0.73	39154	40000	846	2.12E-02	2.17E-03	7.3	13.70
8	9	0.61	39249	40000	751	1.88E-02	2.15E-03	5.49	14.75
9	8	0.54	39339	40000	661	1.65E-02	2.13E-03	4.32	14.81
10	7	0.48	39418	40000	582	1.46E-02	2.16E-03	3.36	14.58
11	6.5	0.44	39473	40000	527	1.32E-02	2.11E-03	2.86	14.77
12	6	0.43	39500	40000	500	1.25E-02	2.17E-03	2.58	13.95
13	5.5	0.39	39549	40000	451	1.13E-02	2.15E-03	2.145	14.10
14	5	0.38	39583	40000	417	1.04E-02	2.19E-03	1.9	13.16
15	4.5	0.36	39630	40000	370	9.25E-03	2.18E-03	1.62	12.50
16	4	0.33	39674	40000	326	8.15E-03	2.17E-03	1.32	12.12
17	3.5	0.31	39723	40000	277	6.93E-03	2.13E-03	1.085	11.29
18	3	0.3	39758	40000	242	6.05E-03	2.20E-03	0.9	10.00
19	2.5	0.28	39800	40000	200	5.00E-03	2.22E-03	0.7	8.93
20	2	0.26	39847	40000	153	3.83E-03	2.19E-03	0.52	7.69
21	1.5	0.25	39887	40000	113	2.83E-03	2.26E-03	0.375	6.00
(-)	1	0.24	39936	40000	64	1.60E-03	2.13E-03	0.24	4.17
(-)	0.5	0.24	39973	40000	27	6.75E-04	2.70E-03	0.12	2.08
$U_t = (0.25 \pm 0.05)V$			Threshold of motion		Average (N1:N21)		2.15E-03		
						Abs error	3.70E-05		





From graph,

$$\frac{f_o - f}{f_o} \sim (U - U_t)$$

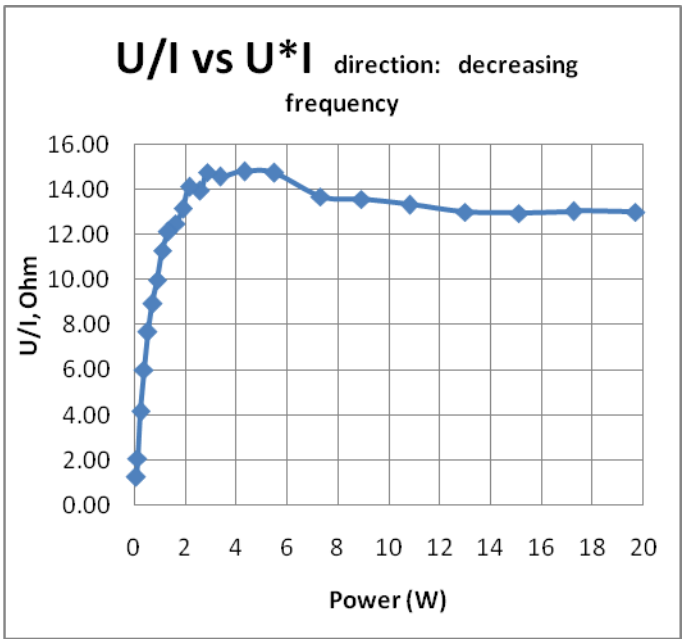
$$\frac{f_o - f}{f_o} = slope1 * (U - U_t) \qquad \textbf{(2)}$$

$$slope1 = (2.15 \pm 0.037) * 10^{-3} V^{-1}$$

$$U_t = (0.25 \pm 0.05) V$$

(Direction of rotation of the disk: decreasing frequency)

3d. Dynamic of the motor



$Z \sim U \quad (U\ low)$

$Z \approx const \quad (U\ high)$

$Z \sim U \quad (U\ low)$

$Z \approx const \quad (U\ high)$

speed	voltage	Impedance Z	The electrical power	The mechanical power	The dynamic equilibrium
low speed	low voltage	$Z \sim U$	$P_e = \frac{U^2}{Z} \propto U$	$P_{fr} = \tau_{fr} * \delta$ δ -rotation speed of motor τ_{fr} -torque of friction force (constant)	$P_e = P_{fr}$ $\delta \propto U$ (linear)
High speed	High voltage	$Z \approx const$	$P_e = \frac{U^2}{Z} \propto U^2$	$P_{res} = \tau_{res} * \delta \sim \delta^2$ $\tau_{res} \sim \delta$ -torque of fluid resistance	$P_e = P_{res}$ $\delta \propto U$ (linear)
Result		$P_e = P_t + A_1 * U + A_2 * U^2$		$P_{mech} = P_t + B_1 * \delta + B_2 * \delta^2$	$\delta \sim (U - U_t)$

3e.

3e1. Function $\delta = \varphi(U)$ и $v = \psi(U)$.

$$\delta = slope2 * (U - U_t)$$

$$v = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{\Delta l}{T/36} = 36 * \Delta l * \delta$$

$$v = 36 * \Delta l * slope2 * (U - U_t) \qquad (3)$$

3e2.

Given Data:

A). In direction frequency decreasing

$\delta = (1525 \pm 5) rot/min$ for $U = (11.0 \pm 0.1)V$ and $I = (0.81 \pm 0.02)\ A$

$\boldsymbol{U_t = (0.25\ \pm 0.05)V}$

$$slope2 = \frac{\delta}{U - U_t}$$

$$slope2 = \frac{(1525 \pm 5)}{(11.0 \pm 0.1) - (0.25 \pm 0.05)}$$

$$< slope2 >= \frac{1525}{10.75} = 141.9 \frac{rot}{min * V}$$

$$\Delta(slope2) = \frac{(1525 \pm 5)}{(10.75 \pm 0.11)}$$

$$\Delta(slope2) = 1.9 \frac{rot}{min * V}$$

$$slope2 = (142\ \pm 2) \frac{rot}{min * V}$$

(In direction frequency decreasing)

3f. Determine Sound velocity in air

A) Direction of rotation of the disk: decreasing frequency)

$$\frac{f_o - f}{f_o} = \frac{2v}{c} \quad (1)$$

$$\frac{f_o - f}{f_o} = slope1 * (U - U_t) \quad (2)$$

$$v = 36 * \Delta l * slope2 * (U - U_t) \quad (3)$$

from (1)-(3)

$$c = \frac{72\Delta l * slope2}{slope1} = \frac{72 * (4.2 \pm 0.1) * 10^{-3} * (142 \pm 2)}{(2.15 \pm 0.037) * 10^{-3} * 60}$$

$$< c >= \frac{72 * 4.3 * 142}{2.15 * 60} = 340\, m/s$$

$$\Delta c = \frac{1.2 * (596 \pm 23)}{2.15 \pm 0.037} = \frac{1.2 * 596}{2.15}\left\{\frac{23}{596} + \frac{0.037}{2.15}\right\} = 18.5\, m/s$$

$$c = (340 \pm 18) m/s$$

$$c_{theor} = 332 + 0.6 * t = 344\, m/s$$

$$\varepsilon = \frac{c_{theor} - c_{exp}}{c_{theor}} = \frac{334 - 340}{334} = 2\,\%$$

3g. Calculate and Observe Double Doppler effect

$$f_1 = f_o\left(1 \pm \frac{2v}{c}\right)$$

$$f_2 = f\left(1 \pm \frac{2v}{c}\right) = f_o(1 + \frac{2v}{c})^2$$

. . .

$$f_n = f_o\left(1 \pm \frac{2v}{c}\right)^n$$

$$|f_n - f_o| = n * f_o \frac{2v}{c}$$

In direction frequency decreasing

$\delta = (1525 \pm 5) rot/min$ for $U = (11.0 \pm 0.1) V$ and $I = (0.81 \pm 0.02)\, A$

$$v = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{\Delta l}{T/36} = 36 * \Delta l * \delta = 3.84\, m/s$$

$$\Delta f_1 = 40000 \frac{2 * 3.84}{343} \approx 900\, Hz$$

$\Delta f_2 = 2 * 895\ Hz = 1791\ Hz \approx 1800\ Hz$

Measured Doppler effect

$\Delta f_{2\,exp} \approx 1100\ Hz \pm 100\ Hz$

4. **THRESHOLD AND RESOLVING POWER OF HEARING**

	Lower limit of hearing	Higher limit of hearing
	f_{low} =17-50 Hz	f_{high} =12 kHz -20 kHz

Ижилхэн сонсголын босготой давтамжийн утгууд

Давтамжийн доод утга	Давтамжийн дээд утга
1000 Hz	8800 Hz
2000 Hz	8000 Hz
2300 Hz	7800 Hz
2500 Hz	7000 Hz
2700 Hz	6100 Hz
2900 Hz	5500 Hz
Хамгийн сайн сонсогдох давтамжийн завсар буюу сонсголын босгоны минимум $f_{th1} = 3100\ Hz;\ f_{th2} = 4900\ Hz$	

$f_{th} = \frac{f_{th1} + f_{th2}}{2} \approx 3500\ Hz$

Resolving power

Frequency, f, Hz	Ялгаж байгаа давтамж $\Delta f, Hz$	Ялгах чадвар $R = \frac{f}{\Delta f}$	Speed of mirror for detected motion
$f = \frac{f_{low} + f_{th1}}{2} = 1760\ Hz \approx 1800\ Hz$	$6 - 8\ Hz$	230 -300	0.6-0.7 m/s
$f = f_{th} = 3500\ Hz$	$20 - 25\ Hz$	140- 180	1-1.2 m/s

$f = \frac{f_{high} + f_{th2}}{2} = 7500\ Hz$	$70 - 90\ Hz$	80- 110	1.6 -2.0 m/s

Calculation formule slope and error

$y = mx + c.$

To calculate the gradient, the following equation was used, where *N* is the number of data points:

$$m = \frac{N\sum(XY) - (\sum X)(\sum Y)}{N\sum X^2 - (\sum X)^2}$$

To calculate the standard deviation sY of the individual Y data values, the following equation was used:

$$\sigma_Y = \sqrt{\frac{\sum(\Delta Y)^2}{N-2}}$$

Hence the standard deviation in the slope can be calculated:

$$\sigma_m = \sigma_Y \sqrt{\frac{N}{N\sum X^2 - (\sum X)^2}}$$