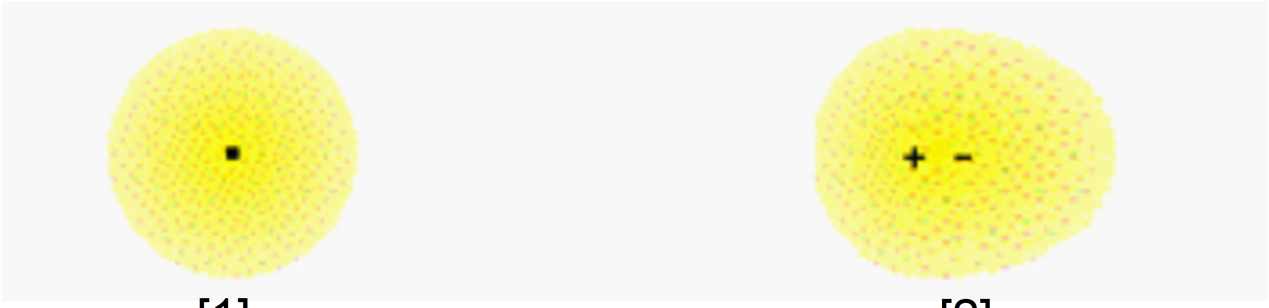
中性原子的光阱（12 point）

光阱是一种多用途的工具，在制备超冷原子系统中扮演了重要的角色，并在技术和量子测量中有重要的应用。通过将激光束照射到一堆中性原子上，我们就能够捕捉并冷却这些原子。当原子被冷却到接近绝对零度时，它们表现出迷人的量子行为，特别是玻色-爱因斯坦凝聚 (BEC) 现象。

在本问题中，你将研究用于中性原子的光阱的基本概念，以及钠原子 BEC 实验中的一个特有的现象。

一个中性钠原子可以被描述为一个带正电荷 e 的核被均匀的带负电量 -e 的电子云所包围，正电荷的质量远远大于电子云的质量。在没有外加电场的时候，核和电子云的中心重合；在有激光照射时，激光束的电场与原子的核和电子云都有作用，因此感应产生了电偶极子。反过来，这种感应偶极子又与激光束的电场相互作用，从而产生了偶极子势能，也可说原子感受到光势能。这个势能依赖于光强度的分布 $I(\vec{r})$ 以及所用激光的频率。通过选择合适的激光强度和频率，就可以形成一个类似于囚笼的势阱，以限制住中性原子。

我们首先考虑一个中性原子的极化，该原子被放置在一个匀强外部电场中 $\vec{E}_0 = E_0\hat{u}$，$\hat{u}$ 是一个单位矢量，E_0 是场大小。中性原子被感应出的偶极矩 $\vec{p}_0 = e\ell\hat{u} = \alpha E_0\hat{u}$。这里 ℓ 是负电荷和正电荷中心之间的距离，α 叫做极化率。



[1] [2]

图 1. 电子云的分布。[1] 电子云围绕原子核的球形分布；[2] 在电场中电子云的偏移（原子中正电中心 + 和负电中心 -分开）。

1 (1.5 point)

最初没有外场，然后外场的大小非常缓慢地从零逐渐增到 E_0，因此在第 1 小问中电场可看成不随时间变化。外场的瞬时值表示为 $\vec{E} = E\hat{u}$,

1.1	计算原子从外场中吸收的瞬时功率，用 $\vec{E}$ 和 $\dot{\vec{p}}$ 表示，$\dot{\vec{p}}$ 是感应偶极矩随时间的变化率。	0.75pt

1.2	计算当外电场从 0 增加到 $E = E_0$ 时，外场对原子所做的总功，并由此推导出感应偶极子的势能 $U_{induced}$，用 $\vec{E}_o$ 和 $\vec{p}_o$ 表示。	0.75pt

注意，当外部电场被关闭时，由于惯性和库仑恢复力，电子云以固有频率 ω_0 振荡。

2 (1.0 point)

在接下来的研究中，我们将研究中性原子放置在一个外加的随时间和空间变化的激光场中，激光的电场为 $\vec{E}(\vec{r},t) = \hat{u}.E_0(\vec{r})\cos\omega t$。感应偶极矩 $\vec{p}$ 将随着驱动激光场的频率 ω 振荡。众所周知，振荡的偶极子本身会发射

电磁辐射。由于发射辐射，电子会受到一些反冲动量使得偶极子与电场间有摩擦，导致偶极子的相位与所加电场有相位差。因此，感应偶极矩的形式为 $\vec{p}(\vec{r},t) = \hat{u}E_0(\vec{r})\alpha(\omega)\cos[\omega t+\varphi(\omega)]$。在这里，极化率 α 和相位差 φ，都依赖于驱动频率 ω。由于振荡，我们所讨论的所有物理量用平均值表示，平均时间为激光场的周期 $2\pi/\omega$，对周期性变化的量，它的时间平均值定义为 $\langle f(t)\rangle = \frac{\omega}{2\pi}\int_0^{2\pi/\omega} f(t)\,dt$。今后，符号 $\langle ...\rangle$ 表示尖括号中的物理量的时间平均值。

激光强度 $I(\vec{r})$ 与激光场的振幅 E_0 的关系为：$I(\vec{r}) = \frac{\varepsilon_0 c E_0^2(\vec{r})}{2}$，其中 ϵ_0 为真空中介电常数，c 为光速。

2.1	推导出感应偶极子势能 $U_{dip}(\vec{r}) = \langle U_{induced}(\vec{r},t)\rangle$ 的表达式，用 α, φ, ε_0, c, 和 $I(\vec{r})$ 表示。	1.0pt

3 (1.0 point)

通过感应偶极子势能，可以将中性原子捕捉到阱中，此外，由于原子还吸收和发射光，所以振荡的电场也会产生作用于原子的散射力。光散射过程可能导致加热或原子从光阱中流失，可用散射率来表征。散射率就是在单位时间内被一个原子散射的光子数，定义式为：$\Gamma_{sc}(\vec{r}) = \frac{\langle P_{abs}(\vec{r})\rangle}{\hbar\omega}$。这里，$\langle P_{abs}(\vec{r})\rangle$ 是原子从激光场中吸收的平均功率值，$\hbar\omega$ 是光子的能量 $(\hbar = h/2\pi)$。

3.1	求出散射率 $\Gamma_{sc}(\vec{r})$ 的表达式，用 α, φ, ε_0, c, $I(\vec{r})$, $\hbar$ 和 ω 表示。	1.0pt

4 (2.0 point)

U_{dip} 和 $\Gamma_{sc}(\vec{r})$ 都依赖于极化率 α，为了计算极化率 α, 我们采用在外电场 $\vec{E}(t) = \hat{u}E_0\cos\omega t$ 作用下的一维振子模型。Ox 是和单位向量 $\hat{u}$ 平行的轴。在这个模型中，电子的运动由三种力决定:

i) 恢复力 $-m_e\omega_0^2 x\cdot\hat{u}$，它描述了以固有频率 ω_0 振荡的自由振子，该频率也对应原子在光场中的跃迁频率。我们用 x 表示负电荷中心相对于正电荷中心的位移，正电荷假设是静止的。

ii) 激光场的驱动力: $-eE_0 cos\omega t.\hat{u}$

iii) 阻尼力 $-m_e\gamma_\omega\dot{x}.\hat{u}$，这是由加速电荷的辐射而产生的，$\gamma_\omega$ 是一个与频率相关的阻尼率。

综上，电子的运动方程为：$\ddot{x}+\gamma_\omega\dot{x}+\omega_0^2 x = \frac{-eE_0\cos\omega t}{m_e}$。该方程的解为 $x = x_0\cos(\omega t+\varphi)$。这里 x_0 和 φ 为待确定量。

4.1	推导出极化率 α 的表达式，用 γ_ω, e, m_e, ω_0 和 ω 表示。	2.0pt

5 (1.0 point)

实际上，阻尼率 γ_ω 与电子轨道无关。因此，我们可采用另一种简单的模型，即在没有激光场的情况下，电子进行圆周运动，其频率为 ω，速度为 v。在加速时，电子辐射出的电磁波的功率遵循 Larmour 公式：$P_L = \frac{1}{6\pi\varepsilon_0}\frac{e^2a^2}{c^3}$，$a$ 代表加速度。阻尼力与阻尼率 γ_ω 的关系为：$F_d = -m_e\gamma_\omega v$。我们还假设电子的总能量比每个周期辐射出的能量大。

5.1	求出能量阻尼率 γ_ω 的表达式，用 e, ϵ_0, c, m_e 和 ω 表示。	1.0pt

6 (0.5 point)

当驱动频率 ω 接近固有频率 ω_0 时，极化率变大，导致偶极子的势能有更大的值，散射率也增大。因此，通过考

虑比率 $U_{dip}(\vec{r})/\hbar\Gamma_{sc}(\vec{r})$，可以找到合适的激光频率来降低散射率，同时保持相当深的囚禁势。

6.1	在 $\omega=\omega_0$ 时，阻尼率为 $\gamma\equiv\gamma_{\omega_0}$，求出此时的 $U_{dip}(\vec{r})/\hbar\Gamma_{sc}(\vec{r})$，用 ω,ω_0,γ 表示。	0.5pt

7 (1.5 points)

从上述结果中可以看到：通过选择高激光强度，且激光频率 ω 不太接近于原子的光跃迁频率 ω_0，我们可以同时实现一个深的囚禁势阱和低的加热速率。因为散射率 $\Gamma_{sc}(\vec{r})$ 是正的，从上面得到的比率 $U_{dip}(\vec{r})/\hbar\Gamma_{sc}(\vec{r})$ 可以看出，如果 $\omega<\omega_0$，则偶极子的势能是负的，原子会被囚禁在光强最大的激光光束的聚焦区域。一旦原子落入陷阱，通过减少阱深来去除高能原子，可以将囚禁的原子气体冷却到超低温，从而形成 BEC。BEC 研究中的一个突破进展是在 90 年代末用 $^{23}\mathrm{Na}$ 原子所取得的 (D. M. Stamper-Kurn et al., Phys.Rev.Lett. 80, 2027 (1998))。

BEC 中的物理可以理解如下。在自然界中有两种粒子: 具有整数自旋的玻色子和半整数自旋的费米子。两个相同的费米子不能存在于同一个量子态。相比之下, 多个玻色子占用一个量子态是允许的: 在超低温度下，玻色子中的一大部分可以凝聚到一个最低的能量态，形成凝聚云 (凝聚的玻色子)；而其余的玻色子处于较高能量的激发态 (非凝聚或热玻色子)。让我们来分析一个实际的例子: 钠原子的稀薄气体，钠原子是玻色子，被囚禁在由高斯激光束形成的光阱中 (图 2a)。激光波长为 λ，其对应的频率为 ω ($\omega<\omega_0$)。光束沿 z 轴传播，强度分布为：$I(\rho,z)=\frac{2P}{\pi D(z)^2}\exp\left(-\frac{2\rho^2}{D(z)^2}\right)$, 其中 $\rho=\sqrt{x^2+y^2}$，腰宽为 $D(z)=D_0\sqrt{1+z^2/z_R^2}$，$z_R=\pi D_0^2/\lambda$ 称为 Rayleigh 长度。激光总功率 P 和束腰参数 D_0 将决定囚禁光势阱的各参数，其中一个参数就是势阱深度 U_{depth}，它是势能极小值的绝对值，势能零点在无穷远处 (图 2b)。

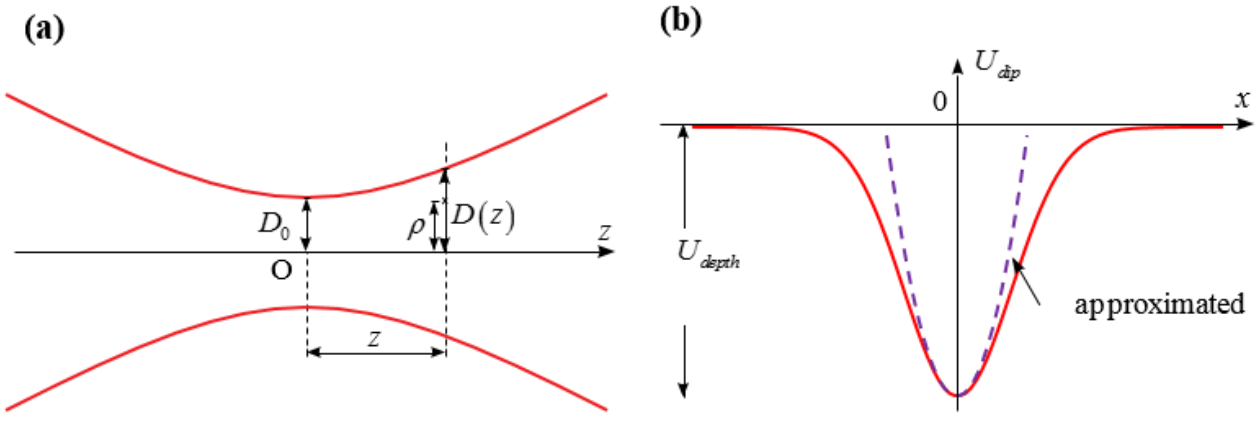


Figure 2. (a) 高斯光束。包络线表示在 $z=const$ （const 的意思是“常数”）的固定平面上的腰宽 $D(z)$。(采自维基百科);(b)$\omega<\omega_0$ 的高斯光束产生的光阱，沿 x 方向的示意图。虚线是谐振子势，它是对光阱底部附近的势能的近似。图中 approximated 的意思为“近似的”。

7.1	求出势阱深度 U_{depth} 的表达式，用 $c,\omega,\omega_0,\gamma,P,D_0$ 表示。	0.5pt

7.2	给定激光功率 $P=4$ mW, 激光波长 $\lambda=985$ nm, $D_0=6\,\mu$m, 和钠原子固有的波长 $\lambda_0=589$ nm。计算势阱深度 U_{depth}, 并将你的结果表达成等效的温度 T_0, 在这一等效温度下，未被囚禁的原子热能等于势阱深度。	1.0pt

8 (0.5 point)

当原子云的温度 T 比等效温度 T_0 小得多时，其光阱势能可以很好地近似为一个柱对称的谐振子势 $U_{dip}(\rho,z)=-U_{depth}+\frac{1}{2}m\Omega_\rho^2\rho^2+\frac{1}{2}m\Omega_z^2z^2$，其中 m 为钠原子的质量，$\Omega_\rho$, Ω_z 是在相应方向上的振动频率。

8.1	求出 Ω_ρ, Ω_z 的表达式，用 T_0, m, D_0, z_R 和 k_B 表示。这里 k_B 是玻尔兹曼常量。	0.5pt

回想一下，在超低温度下，钠原子云由凝聚原子和热原子组成。凝聚玻色子的行为遵从不确定性原理，根据不确定性原理可以估算云的空间大小或动量分布。另一方面，热玻色子是由经典物理学描述的，特别是它们服从麦克斯韦－玻尔兹曼分布定律。我们来估算凝聚云的大小，即凝聚钠原子到陷阱中心的平均距离。当原子在这个云里运动时，每个凝聚原子都有势能和动能。势能是关于凝聚云的尺度的单调递增函数，原子试图降低势能以达到最低能级；另一方面，随着云尺寸的减小，根据不确定性原理，粒子动量必须增加，从而导致动能增加。这样，通过平衡这两种相反趋势的能量，由原子组成的凝聚云最终会达到一个最佳尺度。

9 (1.0 point)

简单起见，让我们考虑一个最简单的一维陷阱 $U(z)=const+\frac{1}{2}m\Omega_z^2z^2$。

9.1	估算凝聚云的大小 z_0，用 m, $\hbar$, Ω_z 表示。	0.5pt
9.2	推导出最低能级 E_0 的表达式，用 $\hbar$ 和 Ω_z 表示。	0.25pt
9.3	计算粒子的平均速度 ν_0 ，用 m, $\hbar$, Ω_z 表示。	0.25pt

接下来，我们将研究如何通过开关势阱来区分凝聚云和热原子云。这需要记录云的密度的形状图像。

热气体将显示各向同性的麦克斯韦速度分布，即使势阱是各向异性的。相反地，BEC 的速度分布是各向异性的。更准确地说，沿强约束的轴，BEC 的膨胀速度要快于弱约束的轴，因此，膨胀主要发生在径向方向，最初雪茄形状的凝聚体变成了薄饼形状，如图 3 所示。因此，在长时间飞行后的密度分布将会是各向异性的，并与囚禁在陷阱中时云的形状相反。

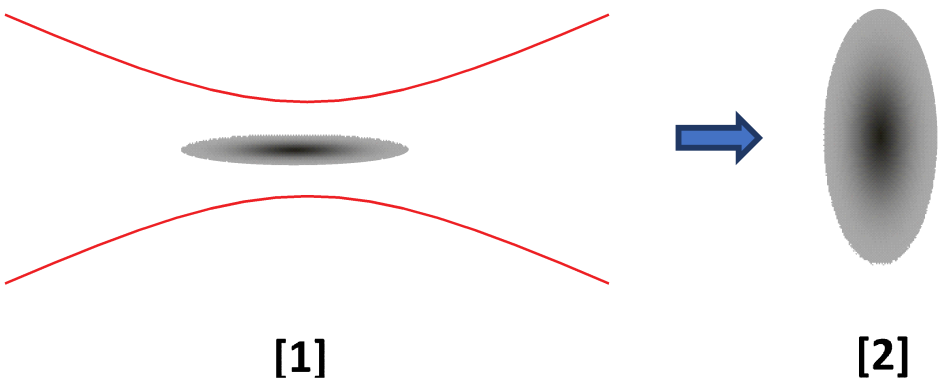


图 3. 云的形状。[1] 在关闭陷阱前；[2] 陷阱关闭很长时间后。

10 (2 point)

现在我们将之前的结果扩展到三维势，即高斯激光束中的光阱。

10.1	求出高宽比 $\frac{z_0}{\rho_0}$，其中 z_0 和 ρ_0 是凝聚云的初始大小，用 Ω_ρ, Ω_z 表示。	0.5pt
10.2	当光阱关闭后，凝聚云会沿不同的方向以不同的初始速度 ν_ρ 和 ν_z 膨胀。计算出比值 $\frac{\nu_\rho}{\nu_z}$，用 Ω_ρ, Ω_z. 表示。	0.5pt
10.3	假设凝聚云在膨胀过程中速度保持不变，经过长时间膨胀以后，云的大小比初始时的大得多，即 $z_L \gg z_0$ 和 $\rho_L \gg \rho_0$.，计算此时凝聚云的比率 $\frac{z_L}{\rho_L}$。	0.5pt
10.4	与问题 10.3 相同，经历长时间之后，热原子云的大小比初始时的大得多，即 $z_{T,L} \gg z_0$ 和 $\rho_{T,L} \gg \rho_0$. 时，计算热原子云的高宽比 $\frac{z_{T,L}}{\rho_{T,L}}$。	0.5pt

太空电梯 (8.0 points)

有用的数学公式：

$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots$

从地球到月球、火星和其他星球进行运输和信息传递，使用火箭是当前技术可以实现的的唯一方法。然而，这种太空旅行方式并不那么高效。太空电梯如果能够建成，将为太空旅行提供一种全新的技术（图 1）。这是一个长的结构，它锚定在赤道上，并且达到比地球同步轨道（GEO）更高的高度。地球同步轨道是距地心约 42300 公里的环形轨道，与地球自传具有相同的周期和方向，在该轨道上的物体与旋转的地球相对保持静止。太空电梯这一现代想法最早由 Artsutanov 提出（Artsutanov，Y. 等人，Science，158, 946, 1967）。然而，直到皮尔逊发表了一篇鼓舞人心的论文“轨道塔：利用地球旋转能量的航天发射器”（Pearson J.，Acta Astronautica。第 2 卷，第 785 页，1975 年）之后，这一想法才得到人们的关注。在 Pearson 的论文中，指出了太空电梯的许多有用特征，并且明确指出，为了使太空电梯成为现实，使用比钢强很多但比钢轻得多的材料是十分必要的。由于缺乏这样的材料，多年来这项研究几乎没有进展，直到 20 世纪 90 年代，发现了由六方碳原子阵列组成的新材料碳纳米管。2003 年，“波特”项目（http://www.port.com/）启动，建造并运营采用这种技术的太空电梯。

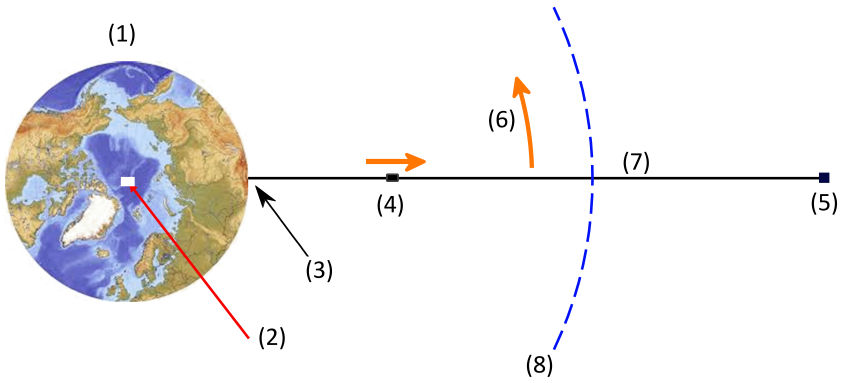


图 1. 太空电梯（改编自维基百科）（1）地球；（2）北极；（3）锚定于赤道；（4）电梯间；（5）配重；（6）与地球一起旋转；（7）电梯线缆；（8）地球同步轨道高度。

在这一部分我们将研究太空电梯的两种设计，碳纳米管的力学性能，以及探索太空电梯的一些应用。已知地球质量 $M = 5.98 \times 10^{24}$ kg，地球半径 $R = 6370$ km，地球同步轨道半径 $R_G = 42300$ km，太阳质量 $M_S = 2 \times 10^{30}$ kg，地球绕太阳轨道半径 $R_E = 1.5 \times 10^8$km = 1AU (AU –天文单位), 地球公转轨道速度 30.9 km/s, 地球自转角速度 $\omega = 7.27 \times 10^{-5}$ rad/s.

1. 具有均匀横截面的圆柱形太空电梯 (1.5 points)

让我们首先考虑具有均匀横截面 A 和均匀密度 ρ 的圆柱形太空电梯。它是一个垂直放置在赤道上的圆柱体。它的高度大于地球同步卫星轨道的高度，所以圆柱体底部的压力为零。圆柱体沿其整个长度方向处于拉紧状态，其间拉伸应力（单位面积的力）可自行调整，以便圆柱体的每个单元在重力、离心力和应力的作用下处于平衡状态。

1.1	计算圆柱体上端距地球表面的高度值。	0.5pt

1.2	求出从地球中心到圆柱体内应力最大的点的距离。	0.5pt

1.3	求出圆柱体最大应力的表达式，用 ρ, R_G, R 和重力加速度 g 表示。如果圆柱体由密度为 7900 $\mathrm{kg/m^3}$ 的钢制成，抗拉强度为 5.0GPa，请估算此时所需最大应力与抗拉强度之间的比率。抗拉强度为材料所能承受的最大应力。	0.5pt

2. 碳纳米管 (2.5 points)

前一部分的计算表明，为了构建太空电梯，需要具有非常高拉伸强度的轻质材料。碳纳米管恰是满足这种要求的材料，因为碳原子很轻，原子间化学键较强。在自然界中有两种晶体碳结构，金刚石和石墨。在金刚石中，每个碳原子被四个最近邻原子包围，形成四面体。石墨具有片层结构，在每一层中，碳原子排列在一个六边形平面晶格中，被三个最近邻原子包围。尽管金刚石被认为是最坚硬的材料，但六角形石墨层中的碳原子之间的共价键强于金刚石四面体中碳原子之间的共价键。由于不同层的碳原子之间为范德华键，这比共价键弱得多，因而石墨比金刚石柔软得多。

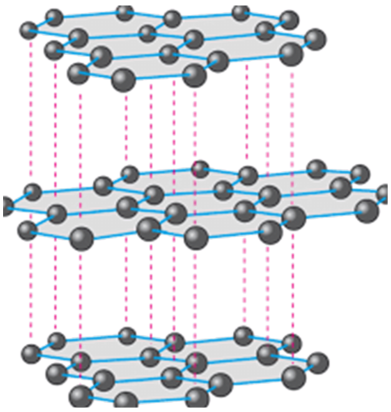


图 2. 石墨结构

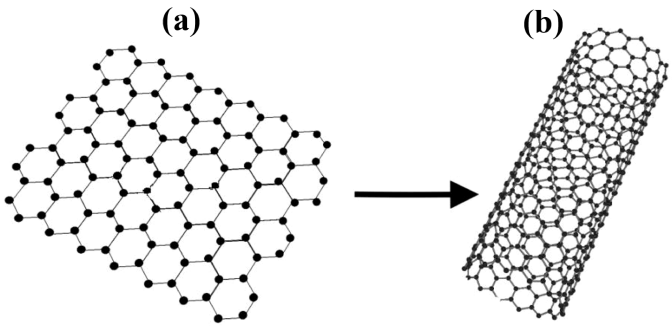


图 3. 石墨烯（a）和碳纳米管（b）

石墨中的单原子层被称为石墨烯，具有单原子厚度。孤立的石墨烯片不稳定并且倾向于卷起以形成球形碳或碳纳米管。石墨烯的六边形晶格如图 4 所示。两个最近邻碳原子之间的距离为 $a = 0.142$ nm，两个最接近的平行键之间的距离 $b = 0.246$ nm。由于石墨烯中碳原子之间的共价键很强，碳纳米管的机械性能非常特殊，具有极大的杨氏模量和拉伸强度，以及非常轻的密度。杨氏模量定义为：沿轴向拉伸应力与沿轴向应变（应变为形变长度与原长之比）之比。在应力范围内，应力遵守胡克定律。

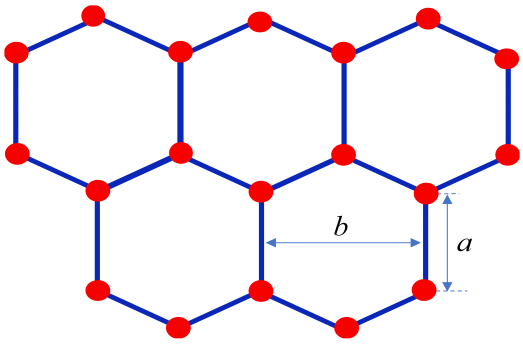


图 4. 石墨烯

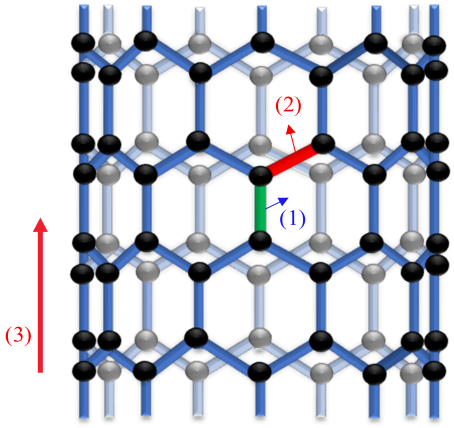


图 5. 具有 9 个碳–碳平行键的碳纳米管。（1）平行键;（2）倾斜键;（3）管轴。

现在我们考查具有 27 个碳–碳平行键（图 5 中给出的是 9 个碳-碳平行键的例子）的碳纳米管的机械性能。两个碳原子之间的键可以用莫尔斯势能 $V(x) = V_0(e^{-4\frac{x}{a}} - 2e^{-2\frac{x}{a}})$ 描述。这里 $a = 0.142\,nm$ 是两个最近邻碳原子之间的平衡距离，$V_0 = 4.93\,eV$ 是结合能，x 是原子相对于平衡位置的位移。此后，我们用二次多项式 $V(x) = P + Qx^2$ 来近似表示莫尔斯势能。忽略所有非临近原子之间的相互作用（包括倾斜键）。在这个近似式中，可以假定碳原子间通过弹性系数为 k 的“弹簧”结合。忽略键角的变化。

2.1	求出系数 P 和 Q 表达式，以 a 和 V_0 表示。	0.25pt

2.2	计算弹簧弹性系数 k 的值。	0.25pt
2.3	计算碳纳米管的杨氏模量的值。	0.5pt

为了估计拉伸强度，我们假设当连接碳原子的“弹簧”具有最大伸长值 $x_{\max}$ 时，其弹性势能等于结合能。

2.4	计算弹簧的最大伸长的值 $x_{\max}$。	0.5pt
2.5	计算碳纳米管的拉伸强度值 σ_0	0.5pt
2.6	碳的摩尔质量为 12 克，计算碳纳米管的密度值。	0.5pt

3. 带有均匀应力的锥形太空电梯 (2.5 points)

在前一节中，碳纳米管的密度和拉伸强度已经在理论上进行了估算。这些估算值取决于碳纳米管的特殊结构。而建造太空电梯的想法也确实可行。现在我们将研究一种所谓锥形塔的新型太空电梯设计，其横截面随高度变化，以使得应力 σ 和质量密度 ρ 在整个塔架长度上都是保持均匀的。该塔具有轴对称性，并在赤道上竖直放置；其高度大于地球同步卫星轨道的高度，因此塔底压力为零。用 A_S 和 A_G 分别表示地球表面和同步轨道高度处锥形塔的横截面积。

3.1	求出锥形塔截面积 $A(h)$ 关于 h 的函数，h 为从地面向上的高度。	0.5pt
3.2	锥形塔采用对称设计，由此塔两端的横截面相等，算出从地心（地球中心）到塔上端的距离值。	0.5pt
3.3	锥度比定义为 A_G/A_S。求出由碳纳米管制成的塔的锥度比，已知拉伸强度为 130 GPa，密度为 $1300\ \mathrm{kg/m^3}$。	0.5pt
3.4	我们可以通过适当质量的配重将锥形塔提前终止其上端，从而大大缩短电梯的长度。设 h_C 为塔尖距地球同步轨道高度的距离，求出配重的质量 m_C 与 h_C 的关系。	1.0pt

4. 应用：将有效载荷发射到轨道上，并将航天器发射到其他行星 (1.5 points)

太空电梯的主要应用是利用塔的旋转能量将有效载荷发射到轨道上或将航天器发送到其他行星。将有效载荷送入太空是非常容易的：我们只需要让它乘坐电梯到达一定高度 r 并从静止中释放。为了简化计算，让我们假设塔的运动只发生在地球公转轨道平面上。

4.1	求出从地球中心到塔顶的临界高度 r_C，在这个高度上物体能够从静止状态释放就可以逃离地球的重力。	0.5pt

如果我们希望用它来发射航天器以到达其它行星，就需要建造一个比 r_C 更高的塔。设塔的高度距地球中心 10.7 万公里。

4.2	将太空船从塔顶静止释放，它可到达的距太阳的最小距离和最大距离分别是多少？用天文单位表示你的答案。忽视地球在这个高度的引力。	1.0pt

热电效应及其在热电发电机和热电制冷器中的应用

引言：热电效应

导热材料中的热电效应是由于热流和电流之间的相互作用产生的。在本题中，我们只考虑了三个主要的热电效应，即焦耳效应、塞贝克效应和珀耳帖效应，忽略了其它效应。

焦耳效应是电子作为载流子与晶格相互作用的结果。在存在电流的情况下载流子做定向移动，将其一部分能量传给晶格振动，结果晶体被加热。焦耳效应是不可逆的。

塞贝克效应可以在由两个不同的导电棒 A 和 B 组成的热电偶中观察到，A 和 B 可以直接连接在一起（图 1a）或者通过中间材料 C 连接在一起（图 1b）。材料 C 是具有非常小的比热容的良好导电体。当热电偶的两个连接端维持在不同的温度 T1 和 T2（图 1a，b）时，会产生塞贝克电动势（emf）

$$\epsilon = \alpha(T_1 - T_2) \tag{1}$$

其中 α 是热电偶的塞贝克系数。α 与温度无关。

塞贝克效应被应用于热电发电机，其可以将热能转化为电能。

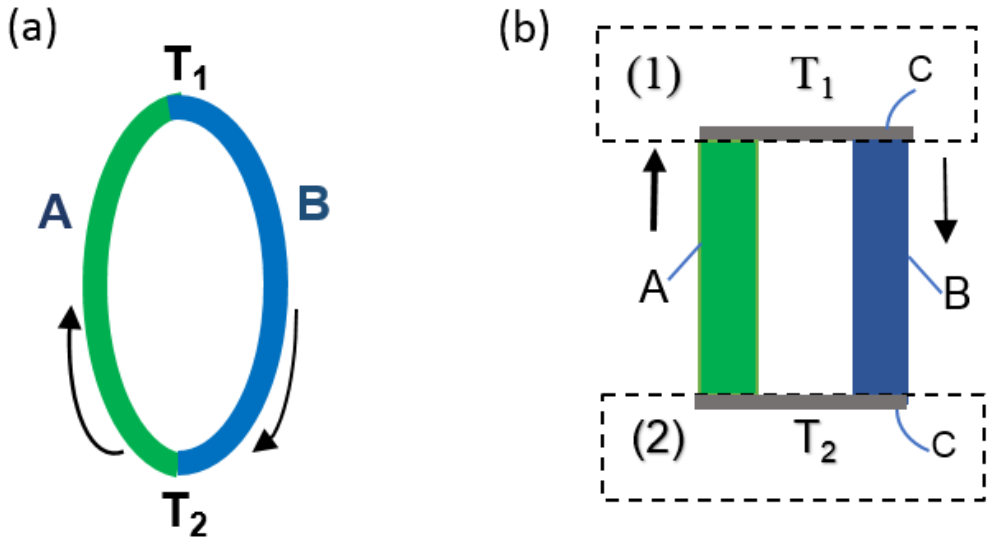


图 1.（a）直接连接。（b）通过中间介质 C 连接。（1）热端（温度为 T_1）;(2) 冷端（温度为 T_2）

珀耳帖效应

当电流通过由两个不同的导体 A 和导体 B 直接连接（图 2a）或通过中间导体材料 C 连接（图 2b）组成的热电偶时，根据电流方向，两个导体的连接处不是在吸热就是在散热。这就是珀耳帖效应。连接端的珀耳帖热功率 q 的计算公式为：

$$q = \pi I \tag{2}$$

π 是该公式的珀耳帖系数。与不可逆焦耳效应相比，塞贝克效应和珀耳帖效应是可逆的。尽管塞贝克和珀耳帖效应需要温差元件间的连接端，但它们本质上是整体效应。一个具有珀耳帖效应的热电偶的闭环电路（图 2b）

可用作制冷装置，热量从一个隔离连接端传出，然后在另一端放出。

为了简单起见，热能通过周围环境的辐射，对流和传导可以忽略，并且热流局限在热电偶内部以及热端和冷端。

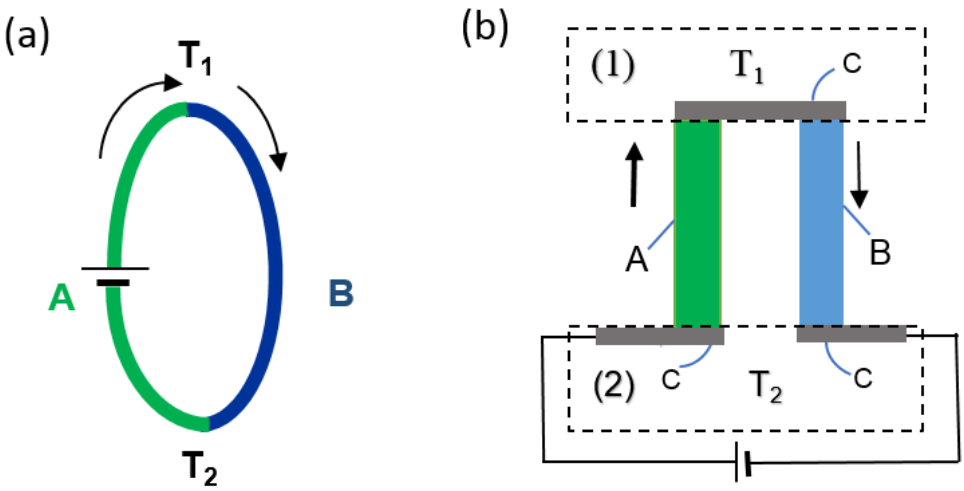


图 2.（a）直接连接；（b）通过中间材料 c 连接

表 1 中给出了材料的热学和电学参数和本题中热电偶的数据，以用于数值计算。

名称	材料	电阻率 $\rho\,(\Omega\cdot\mathrm{m})$	热导率 $k\,(\mathrm{W}\cdot\mathrm{m}^{-1}\cdot\mathrm{K}^{-1})$
A	$\mathrm{Bi_2Te_{2.7}Se_{0.3}}$	1.0×10^{-5}	1.4
B	$\mathrm{Bi_{0.5}Sb_{1.5}Te_3}$	1.0×10^{-5}	1.4

表 1：热电偶所用材料参数（室温条件下）

热电偶 AB	长度 (m)	塞贝克系数 $\alpha(\mu\mathrm{V}\cdot\mathrm{K}^{-1})$
	0.02	420

表 2：热电偶参数

热量传输和热电发电机

A1. 在均匀导电棒中的热传输

电流 I（图 3）沿着长度为 L，电阻率为 ρ，热导率为 k 的均匀导电棒流动。棒的两端位于 OX 轴的 $x=0$ 和 $x=L$ 处。$x=0$ 处的温度为 T_1，在 $x=L$ 处的温度为 $T_2\,(T_1>T_2)$，两个温度都保持恒定。

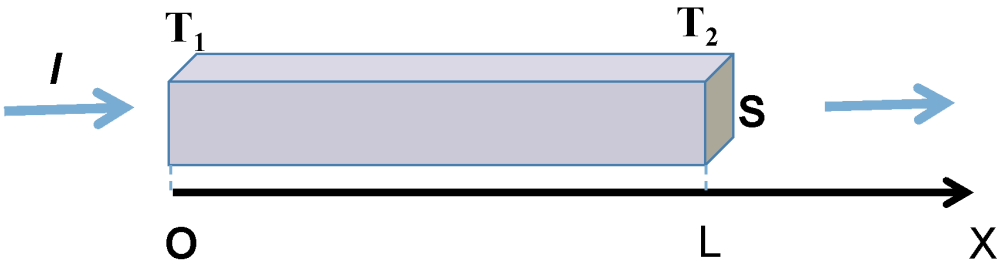


图 3

根据傅里叶定律，棒中的热流 $q(x)$（单位时间内通过垂直横截面的总的热量）为：

$$q(x) = -kS\frac{dT(x)}{dx} \tag{3}$$

这里 k 是导热系数，S 是棒的横截面积。

A1.1	对棒上的不同的 x，求出稳态下的温度分布 T(x) 的表达式。假定没有热量散失到环境中。 提示：方程式 $\frac{d^2T(x)}{dx^2} = a$ 的解为：$T(x) = \frac{1}{2}ax^2 + C_1x + C_2$, 其中 C_1 及 C_2 由边界条件确定。	0.75pt

A1.2	求出热流 $q(x)$ 关于 x 的表达式，并分别给出两端 $q(0)$, $q(L)$ 的表达式。	1.0pt

A2. 珀耳帖与塞贝克系数之间的关系

在所有温度范围内，珀耳贴和塞贝克系数 之间的关系可用热力学证明。当热电偶由导电材料 A 和 B（图 1b）制成并具有塞贝克系数 α 和足够小的电阻率时，可以忽略焦耳效应，我们利用这种特殊情况来推导珀耳贴系数和塞贝克系数间的关系。在热端 (温度 T_1) 和冷端 (温度 T_2) 的珀耳贴系数分别为 π_1 和 π_2 。在电学过程中，热电偶中的电子气体将进行一个理想的热力学卡诺循环。

A2.1	求出电子气体从热端吸收热量的表达式，热端温度为 T_1	0.25pt

A2.2	求出通过电子气体传输给冷端的热量表达式，冷端温度为 T_2	0.25pt

A2.3	求出电子气体在一个循环中的提供的功率，已知塞贝克系数为 α	0.5pt

A2.4	求出连接端处的珀耳贴系数表达式，用该连接端的塞贝克系数 α 和其温度 T 表示。	0.5pt

A3. 热电发电机

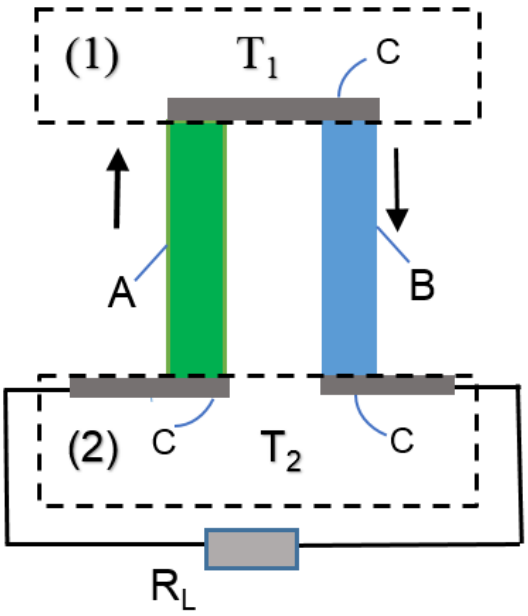


Figure 4. 热电发电机。（1）热源 (温度 T_1); (2) 冷端 (温度 T_2)

后文中，珀耳贴系数 π 在所有温度下都被认为等于 αT ，而且必须考虑焦耳热。

利用长度都为 L 的两个导电棒组成的热电偶被用作热电发电机（图 4），导电棒 A 和 B 的参数为：横截面积 S_A , S_B; 电阻率 ρ_A, ρ_B; 热导率 k_A, k_B。导电棒 A 和 B 的下端连接到一个负载电阻 R_L 上。

热电偶参数为：α 是塞贝克系数，$R = \frac{\rho_A L}{S_A} + \frac{\rho_B L}{S_B}$ 是内电阻, $K = \frac{k_A S_A}{L} + \frac{k_B S_B}{L}$ 是热导率。热电偶的上热端保持在温度 T_1, 下冷端保持在温度 T_2, $T_1 > T_2$. 用 q_1 表示从热端获取的热功率，其温度为 T_1, q_2 表示传到冷端的热功率，其温度为 T_2

A3.1	给出 q_1, q_2 的表达式，用热电偶参数 $\alpha, K, R,$ 温度 T_1, T_2 和电流 I 表示。	0.5pt

热电发电机的效率定义为 $\eta = \frac{P_L}{q_1}$, 其中 P_L 是负载的电功率。热电偶的负载电阻和内电阻之比表示为 $m = \frac{R_L}{R}$

A3.2	求出热电发电机效率 η 的表达式，用热电偶参数 $\alpha, K, R,$ 温度 T_1, T_2 和电阻比 m 表示。	0.75pt

为了获得热电发电机的效率，需要热电偶的以下特性：低电阻以减小焦耳热，低热导率以保持连接处的热量，并保持大的温度梯度。这三个属性被放在一个量 $Z = \frac{\alpha^2}{KR}$ 中，被称为热电偶的品质因数。

A3.3	求出效率的表达式，用 Z，理想的卡诺循环效率 $\eta_c = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$, T_1 和 m 表示。	0.25pt

A4. 最大效率

若输出至负载的电功率为最大，即 $P_L = P_{\text{max}}$，此时热电偶的效率为 η_P

A4.1	求 η_P 之表达式，用品质因数 Z, T_1, T_2 表示。	0.25pt

当电阻比 m 取为某个值 M 时，热电偶效率达到最大值 $\eta = \eta_{\max}$

A4.2	求 M 的表达式，用 T_1, T_2 和 Z 表示。	0.75pt

A4.3	求最大效率 $\eta_{\max}$ 的表达式，用 T_1, T_2, Z 和 M 表示。	0.25pt

A5. 最大品质因数

增加热电偶之品质因数可以提高热电发电机之效率。实际应用中，适当地选择热电偶两金属棒的截面积 S_A, S_B 可让品质因数达到最大值 $Z = Z_m$

A5.1	推导出当热电偶品质因数最大时，两金属棒之截面积比值 $\frac{S_A}{S_B}$ 的表达式，用 ρ_A, ρ_B, k_A, k_B 表示。	0.5pt

A5.2	求最大品质因数 Z_m 的表达式，用 α,ρ_A, ρ_B, k_A, k_B 表示。	0.25pt

A6. 最优效率

当负载消耗的电功率与品质因数皆达到最大时，这时热电发电机的效率称为最优效率 η_{opt}。设热端与冷端的温度分别保持在 $T_1 = 423K, T_2 = 303K$

A6.1	由表 1 所列参数的材料所制成的热电发电机，计算 η_{opt} 的数值并与理想效率 η_c 比较。	0.5pt

A6.2	对上述材料所制的热电发电机，计算最大效率 $\eta_{\max}$ 的数值。	0.25pt

B. 热电冰箱

热电偶所制的热电冰箱，示意图见图 5。热电偶的参数 α, K, R 同 A3 小题。

B1. 冷却功率与最大温度差

热电偶顶端为热端，其起始温度为 T_1。它与周围环境隔绝，需要被冷却。在热电偶底端，A，B 金属棒与一电池相连，位于温度维持在 T_2 的冷端。电流的取向是使得珀耳帖效应造成的热量由顶部热端吸收，再由冷端释放。

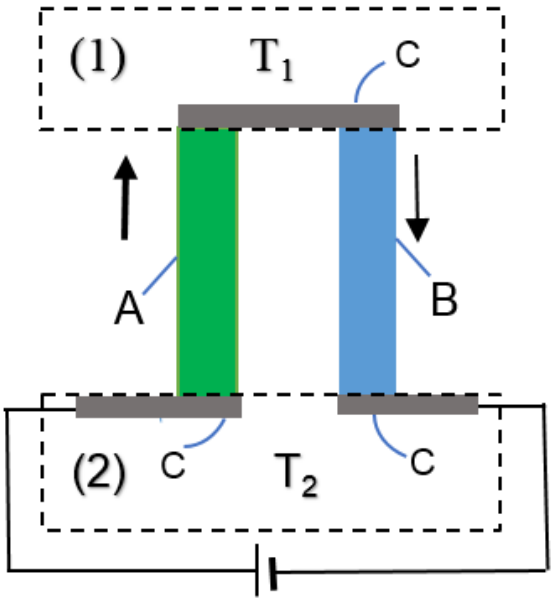


图 5. 热电冰箱 (1) 孤立热源 (温度 T_1); (2) 冷端（温度 T_2）

B1.1	试求冷却功率 q_C (即由热端流入热电偶金属棒中的热流) 表达式，用热电偶的参数 $\alpha,\ K,\ R$ 和 $T_1,\ T_2,\ I$ 表示。	0.25pt

B1.2	求最大温度差 $\Delta T_{\max} = T_2 - T_{1\min}$ 的表达式，用热电偶品质因数 Z 及孤立热源的最低温度 $T_{1\min}$ 表示。	0.5pt

B2. 工作电流

使用本题 A 部分中材料 A 和 B 制造的热电偶，当达到其最大品质因数 Z_m 时，可用做热电冰箱。

B2.1	若冷端温度为 $T_2 = 300K$ 时，计算孤立热端能达到的最低温度 $T_{1\min}$ 的值。	0.25pt

B2.2	当热端达到其最低温度 $T_{1\min}$ 而冷端温度为 $T_2 = 300K$ 时，计算出热电冰箱的工作电流强度 I_w 的值，为了简化计算，取两根金属棒截面积相等, 且为 $S_A = S_B = 10^{-4}m^2$	0.5pt

B3. 性能系数

当温度差小于最大值 $\Delta_{T\max}$ 时，通常以性能系数 β 表示热电冰箱的性能：$\beta = \frac{q_C}{P}$，此处 P 为所提供的电功率。

B3.1	推导出性能系数 β 的表达式，用热电偶的参数 $\alpha,\ K,\ R$ 和 $T_1,\ T_2,\ I$ 表示。	0.5pt

当性能系数达到其最大值 $\beta_{\max}$ 时，电流强度为 I_β

B3.2	求出 I_β 的表达式, 用热电偶的参数 $\alpha,\ Z,\ R$ 和温度 $T_1,\ T_2$ 表示。	0.25pt

B3.3	求出最大性能系数 β_{max} 的表达式。	0.25pt

巨磁阻 [Giant Magnetoresistance (GMR)]

引言

磁阻效应是指样品的电阻依赖于外部的磁感应强度。它由以下公式表征：

$$\delta(B) = \frac{R(B) - R(0)}{R(0)} \tag{1}$$

公式中 R(B) 是在外部磁场 B 下的样品的阻值，R(0) 是样品在 $B = 0$ 时的阻值，$\delta(B)$ 是电阻的相对变化率。

通常情况下，在相对较弱的磁场中, 电阻的相对变化率较小，一般在几个百分点以下。例如，磁场对电流的直接作用就可能引起磁阻效应。由于洛伦兹力的作用，电荷载流子的流动受到影响，导致其流动性显著降低。因此，电导率会随着磁场的增加而减小，样品电阻将会增大，这种现象发生在磁感应强度变化范围相对较大的情况下。

巨磁阻效应是由固体中的传导电子（载流子）自旋与磁矩的相互作用产生的。这种效应指的是，由铁磁层和非铁磁层交替构成的厚度为几个纳米的多层结构，在施加外部磁场的情况下，其电阻会减小。因为在相对较弱的磁场中电阻变化较大，因此称之为巨磁阻效应。由于巨磁阻效应的实用意义，Albert Fert 和 Peter Grünberg 在 2007 年被授予诺贝尔物理学奖。

在这样一个多层结构中，在没有外部磁场的情况下，相邻的（中间隔着一层非铁磁层）两个铁磁层具有相反方向的自发磁化。如果该多层结构中的传导电子的自旋平行于磁化方向时，与磁矩有关的传导电子的散射是弱的；对于自旋反平行于磁化方向的电子，其与磁矩有关的散射是强的。所以自旋方向平行于磁化方向的和反平行于磁化方向的电子必然在其中一个铁磁层内强烈地散射。因此，在这种情况下，该多层结构的总电阻率是高的（参见图 1）。

如果施加一个足够强的磁场，使之平行于层的平面，那么所有的铁磁层都沿着磁场的相同方向被磁化。自旋方向平行于磁化方向的电子通过该结构，几乎没有与磁矩有关的散射。相反，自旋反平行于磁化方向的电子在铁磁层中会强烈散射。由于两个自旋通道并行传导电流，因此多层结构的总电阻主要由高导电的自旋与磁化方向平行的电子决定，会很小（见图 1b）。在图中，R 表示具有强散射层的大电阻，而 r 表示具有弱散射层的小电阻。 R_0 是这种结构在零磁场中的电阻，R_B 是在一个足够强的磁场中使相邻两个铁磁层在相同方向磁化时的电阻。GMR 效应的等效电路模型（所谓的“双电阻模型”），如图 1 所示。模型中的电路代表一个 GMR 元件。

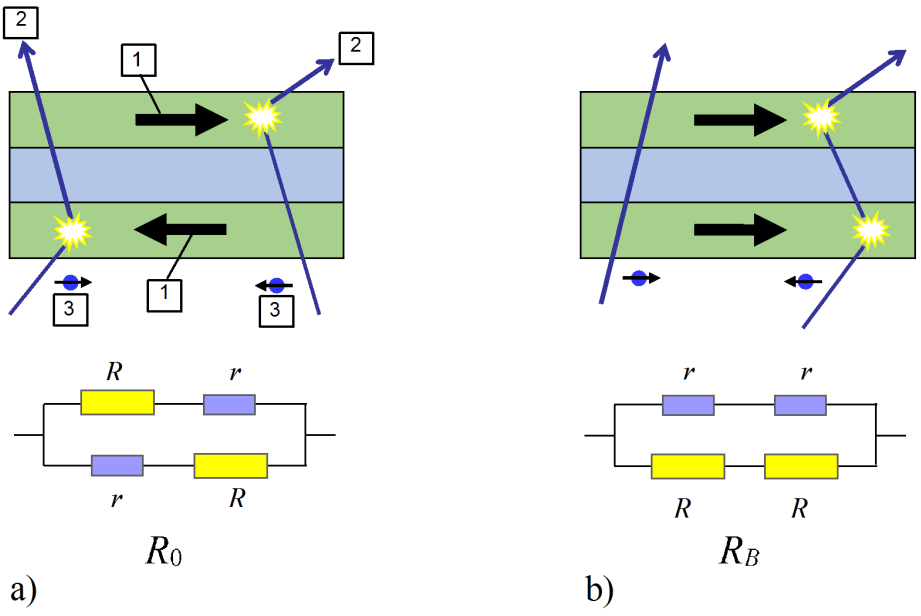


图 1：巨磁阻效应模型。（1）磁化方向；（2）电子路径；（3）电子自旋方向

巨磁阻效应（GMR）的一个应用是磁传感器，也称为磁力计，它可以用来测量所施加的磁感应强度。一种使用比较广泛的巨磁阻（GMR）磁传感器由连接在惠斯通电桥中的四个 GMR 元件组成，如图 2b 所示，每个 GMR 元件由上述模型中所描述的多层结构组成。这四个元件中的两个被封装以屏蔽所施加的外磁场，从而它们对外部磁场不敏感。磁传感器被封装在如图 2a 所示的 8 引脚器件中，电源电压连接到引脚 4 和 8。引脚 1 和 5 间的电压为输出信号电压。这是通常的操作方法。不过在本实验中，你可以对任何一对引脚连接供电，而不会损害传感器。传感器的灵敏度轴由图 2a 上的箭头表示，磁传感器对所施加的垂直于该轴线的磁场不敏感。

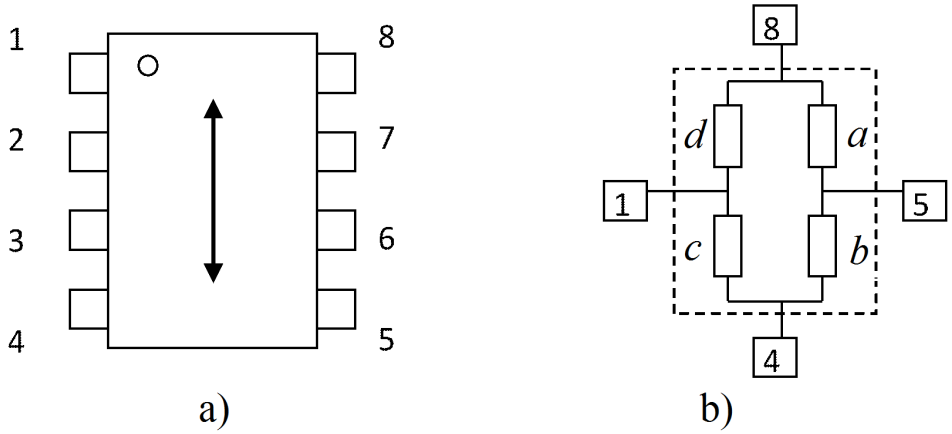


图 2

我们将传感器的四个元件的电阻称为 a, b, c, d ，如图 2b 所示。

请注意，元件电阻可以认为是不依赖电流的。

为了制造具有不同灵敏度的传感器，使用了集成的磁通量集中器（flux concentrator ）。由于它的作用，传感器内部元件的有效磁场比施加的磁场强。

由于集成的通量集中器和多层结构的磁性层中存在铁磁材料，所以传感器的电特性存在磁滞现象。

实验目的是：

1. 研究巨磁阻效应。
2. 研究巨磁阻效应磁传感器。
3. 研究巨磁阻效应传感器的一些应用。

II. 实验装置

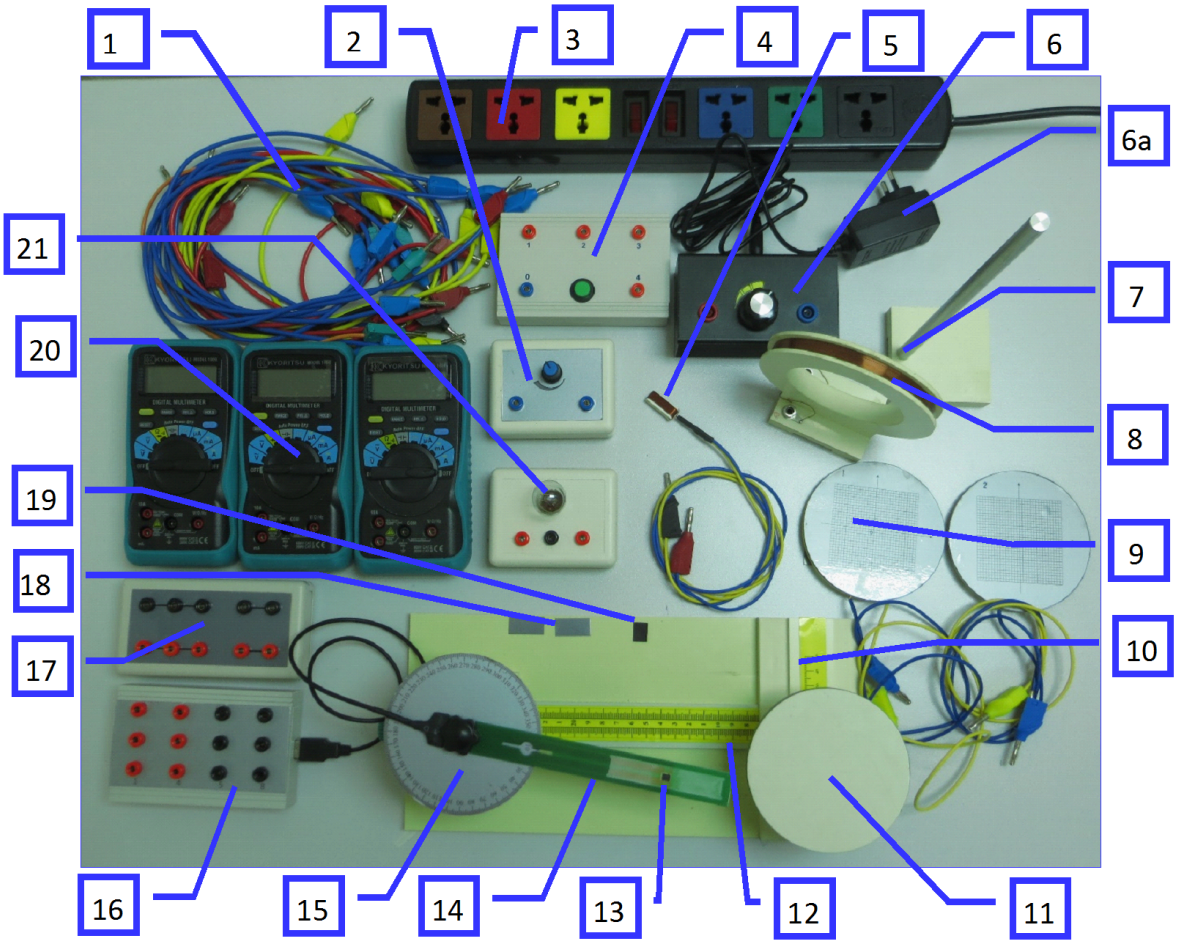


图 3

1	导线	12	具有纵向导轨的平台
2	变阻箱	13	磁传感器
3	220 伏交流电源插线板	14	传感器固定架
4	电池	15	短杆（图片中看不到）支撑的刻有角度的圆台
5	扁平线圈	16	传感器接线盒
6	可调节直流电流源（带适配器 [6a]）	17	接线盒
7	带高杆的支撑架	18	铁磁片
8	圆形线圈	19	永久磁铁片
9	埋有电路的印刷电路板	20	万用表（3 个）
10	横轨	21	双灯丝电灯泡
11	转台		

*）更多信息请见附录

警告：220 V 交流电压仅可用于台灯（图 3 中未显示出）以及可调节直流电流源的适配器（6a）的供电。严禁将任何其他设备接入此交流电压。

III. 实验

A. 了解磁场 (1.0 分)

在这个实验问题中，磁场可能是

- · 由以下元件产生的磁场

  -载流的圆形线圈;

  -载流的扁平线圈;

  - 一片永久磁铁。

- · 地球的磁场。

1. 了解由载流圆形线圈产生的磁场

圆形线圈 [8] 的平均直径 d = 10.0 厘米，匝数 $N = 500$ 。当电流 I 流入时，由该线圈在其中心产生的场，约等于半径为圆形线圈的平均半径、电流为 $500I$ 的圆形电流环产生的磁场。

A.1	圆形线圈中心处的磁感应强度可以写成 B=kI 的形式。B 以 mT 为单位和 I 以 mA 为单位，计算 k 的数值。	0.5pt

2. 了解地球磁场

地球磁场无处不在。在每个给定点周围一个很大的空间区域内，可以认为地球磁场是均匀的。地球磁场的水平分量的大小用 B_h 来表示。

A.2	写出与地球磁场磁感应强度水平分量成 β 角的方向上的磁场 B_β 的表达式，用 B_h 和 β 表示。	0.5pt

注意：始终考虑地球磁场对磁场测量的影响。

B. 使用 GMR 磁传感器研究 GMR 效应（7 分）

注意：这部分相对独立于其余部分。在不做 B 部分的情况下，你可以先做 C 和 D 部分。

在这部分，我们研究磁传感器内每个元件的电阻对外部磁场的依赖性。圆形线圈 [8] 放置在纵向导轨上。传感器固定架 [14] 用旋钮拧在圆形刻度盘 [15] 的水平位置上，将磁传感器 [13] 置于圆形线圈的中心，并且传感器的灵敏轴垂直于线圈平面。通过改变圆形线圈中的电流，来改变作用在传感器上的磁场。确保磁传感器的灵敏度方向沿着东西向（在实验桌上标记了），以保证地球磁场不会影响你的测量。请注意，东西向已使用磁罗盘在本地确定。磁传感器由电池 [4] 供电。圆形线圈由可调直流电流源 [6] 供电。

1. 确定 GMR 元件的电阻

a. 元件在 $B = 0.$ 时的电阻。

将圆形线圈中的电流设置为 $I = 0$

B.1	B.1 绘制实验图，并根据实验数据求出计算每个元件的电阻的表达式。	1.25pt

B.2	B.2 进行测量和计算，以确定 $B = 0$ 时的元件 a，b，c 和 d 的电阻值。	1.25pt

b. 元件在最大外部磁场下的电阻。

将线圈中的电流 I 设置为可能的最高值。

B.3	进行测量和计算，以确定元件 a，b，c 和 d 在最大外部磁场中的电阻值。	0.5pt

c. 元件的属性

B.4	指出哪几个元件对磁场敏感。	0.25pt

2. GMR 元件的特性

在本节中，你将研究未被封装的两个 GMR 元件中的一个的性质。选择其中一个 GMR 元件并确定 $\delta(B)$ - 电阻相对变化对外部磁场的依赖性。

B.5	给出所选 GMR 元件的名称。画出实验电路图，并根据测量数据，推导出计算 $\delta(B)$ 的表达式。	0.75pt

B.6	进行相应测量和计算，以确定 $\delta(B)$ 与外部磁场 B 的关系，B 的范围从零到最大可能值，在表中填入物理量的测量值，根据电流 I 和外部磁场 B 的值，确定 $\delta(B)$ 的值。	1.25pt

B.7	绘制 $\delta(B)$ 关于外部磁场 B（图 1）的曲线	0.5pt

B.8	在曲线 $\delta(B)$ 强烈依赖于 B 的区域，确定在该区域中曲线 $\delta(B)$ 的平均斜率 $\alpha = \frac{\triangle\delta(B)}{\triangle B}$	0.25pt

B.9	确定元件的 GMR 系数 $\delta = \frac{\triangle R_{max}}{R(0)}$。这里 $\triangle R_{max}$ 是磁场中电阻的最大变化值。	0.25pt

B.10	根据图 1 中给出的模型，求出 GMR 元件的电阻 R 和 r 的值，以及比率 $\gamma = \frac{r}{R}$ 的值。	0.75pt

巨磁阻效应磁传感器的研究（6 分）

在这部分，我们将会研究磁传感器 [13] 的最重要性质。圆形线圈 [8] 放置在纵向导轨上 [12]。把传感器固定架 [14] 用螺丝固定在圆形刻度盘 [15] 的水平位置上，令传感器的位置处于圆形线圈的中心，而传感器的中轴与线圈平面垂直。通过改变线圈电流来改变作用在传感器上的磁场。确保传感器的灵敏轴方向应设置于东西方向，以避免地球磁场对测量的影响。

1. 传感器的输出特性

磁传感器由电池 [4] 以最大电压供电，供电电压连到引脚 4 和 8。圆形线圈由可调直流电流源 [6] 供电。

a. 首先把线圈电流 I 调到最大值。1 号引脚和 5 号引脚之间的电压就是传感器的输出电压 S 。

b. 逐渐减少线圈中的电流直到它的值降至 $I = 0$ ，对于每一个电流值，读取相应的输出电压 S 的值。

c. 改变线圈中的电流方向，逐渐增大电流 I 的值直至最大值，并读取每个电流值 I 及其对应的输出电压 S 的值。

d. 逐渐减小通过线圈中的电流 I 直到它的值降至 $I = 0$ ，并读取每个电流值 I 及其对应的输出电压值 S。

e. 改变通过线圈中的电流 I 的方向。逐渐提升电流 I 的值至最大值，并读取每个电流值 I 及其对应的输出电压值 S。

C.1	将上述测量过程中的电流值 I 以及对应的输出值 S，以及外加磁场 B 填入表格。	1.0pt
C.2	输出电压 S 为外部磁场 B 的函数，画出 $S(B)$ 对应于 B 的图。(图 2)	1.0pt
C.3	1. 圈出 $S(B)$ 曲线的饱和区域，并用“S”标记。 2. 圈出 $S(B)$ 曲线的线性区，并以“L”标记。 求出线性部份的平均斜率 $m = \frac{\triangle S}{\triangle B}$ 的值。	0.5pt
C.4	从图 $S(B)$ 中，确定矫顽磁场 B_C，它是反向磁化达到饱和后使得 S 最小所需要的外部磁场，它是使 S 在饱和磁场的相反方向磁化后变为最小所需的外部磁场。	0.5pt

注意：在实验时，若你想用曲线 $S(B)$ 的线性区域，你可使用提供的永久磁铁片 [19]。把磁铁片放在传感器固定架 [14] 上，传感器 [13] 的附近，改变它与传感器的相对位置，以选择曲线上的工作点，一旦找到合适的工作点，就利用胶布将磁铁片固定。以上步骤叫做**偏置**。

2. 供电电压对输出电压的影响

电池盒 [4] 给磁传感器供电。将传感器连接到电池盒不同的插孔，可以选择不同的供电电压 E 。设置线圈的电流 I，使其对应于 S(B) 曲线的线性区域。

C.5	在表中填入供电电压 E 及对应的输出电压 S 的值。	0.25pt
C.6	画出 S 作为 E 的函数的图。	0.25pt

C.7	试推导一个解析表达式，即传感器输出电压 S 关于 B.8 中求出的 GMR 元件的斜率 α、供电电压 E 以及外加磁场 B 的关系式。这里，我们假设两元件的 α 是相等的，它们也没有磁滞特性。此外，我们假设在没有磁场的情况下，四个元件的电阻值均相同。	0.5pt

磁通量集中器（flux concentrator）之研究

磁传感器中的磁通量集中器，包含两块薄膜铁磁结构，其厚度为微米量级，长度为数百微米。磁通量集中器的作用是加强两块铁磁结构空隙间的磁场。

为研究磁通量集中器对磁传感器的效应，我们用两块铁磁性薄片组成外置的磁通量集中器 (如图 4 所示)，放置在磁传感器两端附近的位置，每块薄片长度为 L_2，两薄片之间相距 L_1。

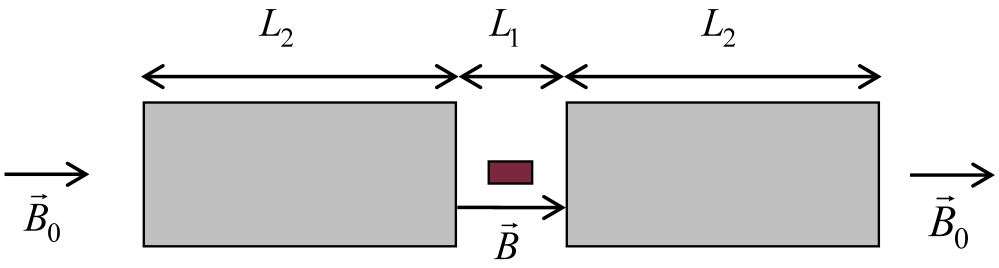


图 4. 磁通量集中器示意图

B_0 后，作用在传感器的等效磁场便为 B。假如 L_1 的改变范围不太大， B 可以用以下经验公式表示。

$$\frac{B}{B_0} = n\frac{L_2}{L_1} + 1 \tag{2}$$

试对磁场传感器及两片铁磁性薄片 [18] 进行实验，以求出公式 (2) 中 n 的值。

C.8 1.0pt

你选择用以下哪一个磁场来进行实验? a. 圆形线圈电流所形成的磁场 b. 扁平线圈电流所形成的磁场 c. 永久磁铁片的磁场 d. 地球磁场	0.25 分
画出实验简图，并依据实验测量数据，求出决定 n 值的表达式。	0.75 分

C.9	对于不同的 L_1 值，进行实验以找出 B/B_0，把测量的数据填入列表。	0.5pt
C.10	B/B_0 关于某个合适变量的函数的图 (**Graph 4**)，从而好确定 n 的值。给出 n 的值。	0.5pt

GMR 巨磁传感器的应用（）

在这一部分，我们考虑磁场传感器的一些应用。

1. 地球磁场的测量

要求使用磁传感器来确定地球磁场的一些参数。实验提供了一些额外的坐标纸，需要用它们来求解该题。

a. 地球磁场水平分量的大小

将圆盘 [15] 固定在水平面上。传感器固定架 [14] 用旋钮拧在圆盘上。通过旋转圆盘上的传感器固定架，确定在与传感器灵敏轴成不同角度的方向上地球磁场水平分量的值。

D.1	绘制实验示意图，并依据测量数据求出用于计算地球磁场 水平分量大小 B_h 的表达式。	0.5pt

D.2	进行测量和计算，算出 B_h	0.25pt

b. 地球磁场的大小和磁倾角

磁倾角定义为地球磁场矢量 $\vec{B}_{Earth}$ 与水平面之间的夹角 θ。

将圆盘 [15] 固定在高杆 [7] 上，使圆盘在南北方向的垂直平面内。传感器固定架 [14] 拧在圆盘上。通过旋转圆盘上的传感器固定架，确定在与传感器灵敏轴成不同角度的方向上地球磁场分量的值。

D.3	绘制实验示意图，并依据测量数据给出计算 B_{Earth} 和磁倾角 θ 的表达式。	0.75pt

D.4	进行测量和计算，并算出 B_{Earth} 和 θ 的值	0.5pt

2. 直流功率计

在本节中，使用磁场传感器制作功率计的电路。将传感器插入扁平线圈 [5] 内。这个扁平线圈与负载串联，所以扁平线圈中的电流 I 与负载中的相同。扁平线圈中的电流 I 产生作用于传感器的磁场，并且负载两端的电压 U 用于为传感器供电。

传感器的输出电压信号 S 用于确定负载中耗散的功率 P.

双丝灯泡 [21] 用作负载。通过以不同方式使用灯泡的三个接线插口，可以获得多个负载电阻值 R_L。

在许多情况下，即使没有外部磁场作用，磁传感器的惠斯通电桥也不平衡。这是由于组件的电阻和铁磁层的剩磁的小差异导致的。在这种情况下，需要先平衡电桥，然后才能在功率计的电路中使用它。传感器固定架 [14] 水平地用旋钮拧在圆形板 [15] 上。传感器由电池 [4] 以最高电压供电。使传感器垂直于地球磁场。观察万用表上的输出电压信号 S 。如果$S = 0$，电桥是平衡的，你不需要做其它事情。如果 $S \neq 0$，电桥不平衡，你需要平衡它。将变阻器 [2] 并联到组件 a，b，c 和 d 中的一个，以使信号 S 的数值减小。调整变阻器以将 S 减小到零。现在这个电桥是平衡的。这个过程称为平衡。

在某些情况下，使用变阻器无助于平衡电桥。在这种情况下，只需将传感器固定架旋转一个小角度即可，以使输出信号 S 降至 $S = 0$。

D.5	绘制功率计的电路图，图中包括测量中使用的负载及万用表。	0.5pt

使用连接盒 [17] 制作（连接）图中功率计的电路。改变负载电阻 R_L 并调节直流电流源 [6] 的输出以改变负载上的电压 U.

D.6	在表格中填入传感器输出信号 S，和其对应的 I、U 以及 $P = U.I$ 的值。	0.75pt

D.7	绘出 P 关于 S 的函数的图（**图 5**）	0.5pt

$P = f(S)$ 的曲线被称为功率表的校准曲线。

D.8	求出校准曲线 $P = f(S)$ 的函数形式，并确定其系数的值。	0.25pt

3. 检测隐藏的电路

在本节中，要求使用磁传感器来制作一个用于查找隐藏电路形状的设备。电路是隐藏在印刷电路板的表面内。粘贴在印刷电路板反面上的网格用作坐标系统。

可以通过以下方式进行此实验。将圆盘 [15] 置于水平位置并固定在短杆上。传感器固定架 [14] 拧在圆盘上。将隐藏电路的印刷电路板 [9] 平放在转台上 [11]。转盘可以在水平面内自由转动，也可以在两个垂直方向上沿轨道 [10] 和 [12] 移动。将印刷电路板的导线连接到可调直流电流源 [6]，红色导线连接正极。调节直流电流源以选择电路中的电流值。通过相对于磁传感器 [13] 移动的印刷电路板，并观察传感器输出信号 S 的变化，可以检测埋藏电路的位置和形状及其电流方向。实验提供了一些更大的方格纸，在求解此问题时可能需要它们。

D.9	在答题卡的方格纸上画出隐藏的电路图及其电流方向。	2.0pt

附录

1. 万用表说明

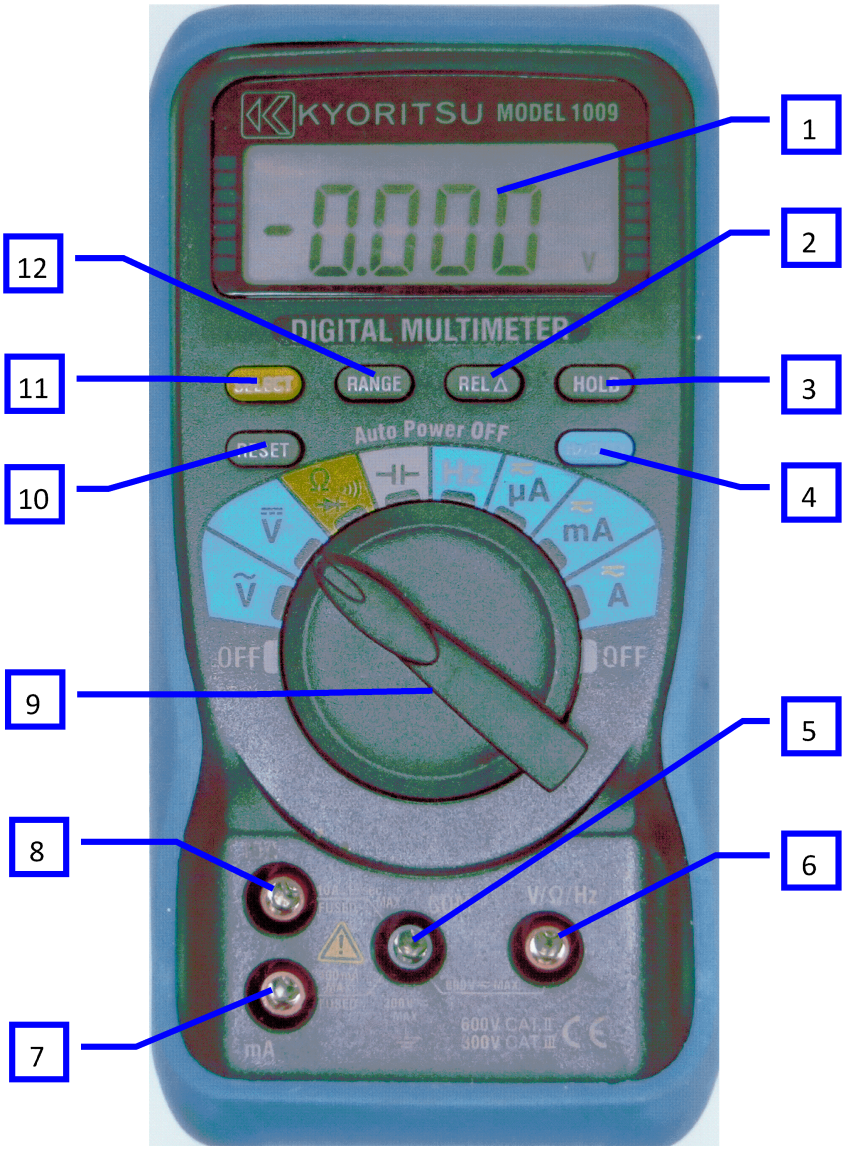


图 A1

1	显示	7	测量端（mA）
2	归零键	8	测量端 (A)
3	数据保持键（保留测量数据）	9	功能选择开关
4	频率/占空比测量键	10	重置键
5	公共测量端	11	功能选择键
6	测量端（V/Ω/Hz）	12	量程

- 为避免复杂化，请勿使用以下按键：REL 键 [2]，HOLD 键 [3]，Hz，DUTY 键 [4]，RESET 键 [10]。
- 要启动万用表并开始测量，请将功能选择开关 [9] 旋转至所需的功能。
- 使用测量端（V /Ω/ Hz）[6] 和公共测量端（COM）[5] 测量电压和电阻。
- 使用测量端（A）[8] 和测量端子（COM）[5] 和功能 A 测量电流。
- 开机后约 30 分钟万用表将自动关闭。旋转功能选择键切换到 OFF，然后返回到所需功能继续测量。

为避免自动关闭，请在将功能选择开关旋转至所需功能时按 SELECT 键。

2. 电池

电池的电路如图 A2 所示。

按下按钮时电池开启，松开按钮时电池关闭。

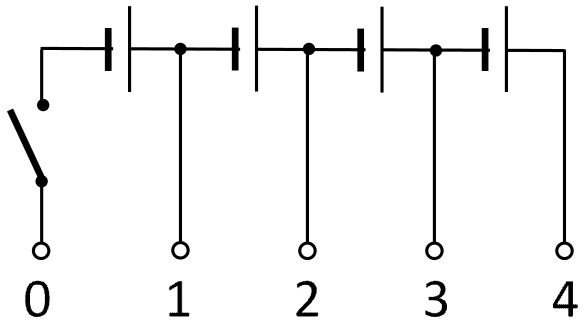


图 A2

3. 传感器接线盒

在使用传感器之前，需要将传感器线缆插入传感器接线盒。一旦传感器连接到这个接线盒上，盒子上标记的数字就对应于图 2 中的引脚数字。