2024-2025 学年全国中学生地球科学奥林匹克竞赛
决赛试题

注 意 事 项

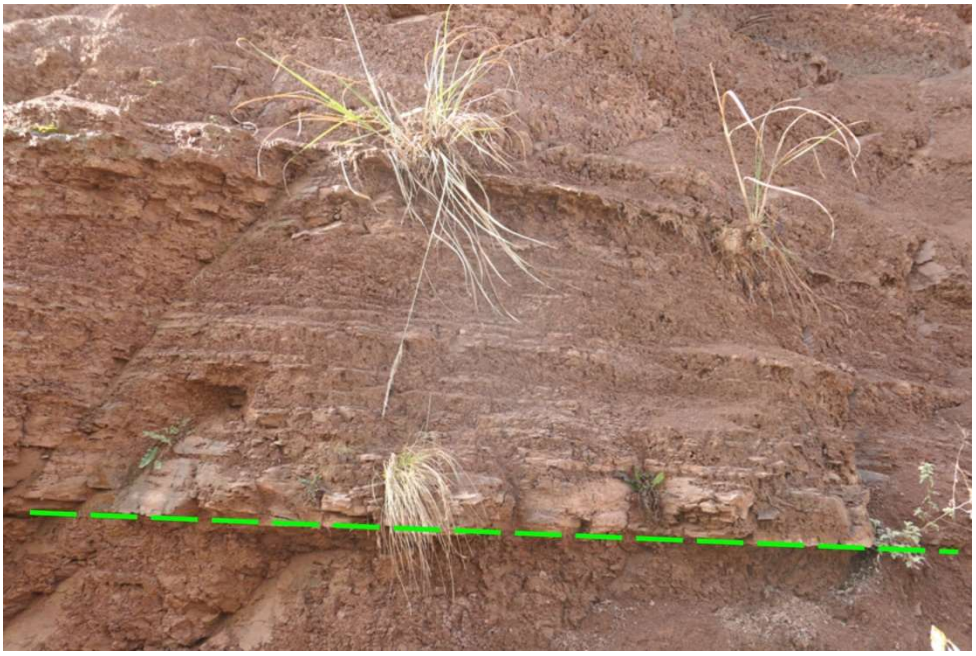
在答题前请认真阅读本注意事项及答题要求

1. 本试卷共分为三个部分，第一部分为野外实践部分，第二部分为不定项选择题，第三部分为读图、综合分析、计算等主观题。本次考试时间为 180 分钟。考试结束后，请将本试卷、答题纸一并交回。
2. 答题前请务必将自己的姓名、考号用黑色签字笔填写在答题纸的规定位置。
3. 作答选择题须用黑色油笔填写在答题纸相应位置；主观题用黑色油笔答在答题纸上。
4. 考试开始 60 分钟内不允许提前交卷，考试结束后待监考老师确认后方可离场。

一、野外实践部分，不确定选择题，结果写在答题纸上（单选或多选，每一个正确答案得 2 分，选错一个扣 2 分，每题最低得分为 0 分）

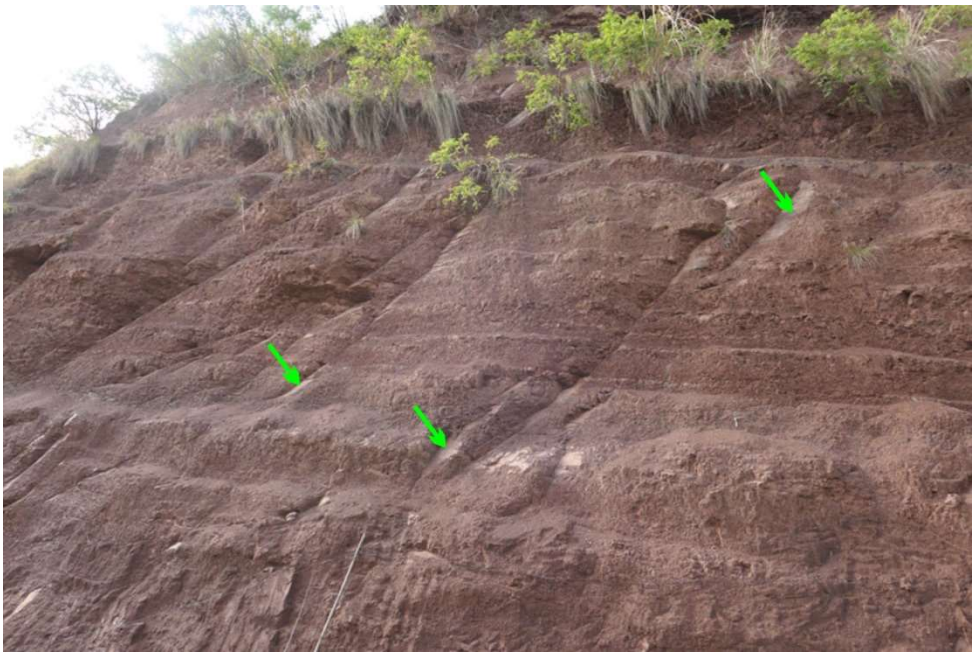
依据两条野外路线的观测结果以及提供的野外照片，回答下面 Q1-Q11 问题。

Q1. 在工厂内剖面，可见一系列产状较平缓的面（如沿绿色虚线垂直于照片/剖面的平面），此面为（　　）。



A. 流面；　　B. 层面；　　C. 片理面；　　D. 片麻理面。

Q2. 在工厂内剖面，可见一系列倾角约 50-60°的较光滑的面（如绿色剪头指示的平面，下图），此面为（　　）。



A. 剪节理面；　　B. 张节理面；　　C. 向斜的轴面；　　D. 背斜的轴面。

Q3. 上题（Q2 题）中一系列倾角约 50-60°结构面的倾向为 20-30°，剖面的方向为 290°，形成此结构面的作用力及方向可能为（　　）。

A. 20-30°水平挤压；　　B. 20-30°水平拉伸；

C. 110-120°水平挤压；　　D. 110-120°水平拉伸。

Q4. 已知 Q2 题处斜坡的坡面产状为 20°∠65°，如果要在此坡面上修建一条垂直于坡面向南西方向延伸的高速铁路隧道，请根据观察点的岩性组合特征，判断岩层产状在（　　）情况下，隧道进口斜坡的稳定性最差。

A. 110°∠35°；　　B. 290°∠35°；　　C. 20°∠35°；　　D. 200°∠35°

Q5. 在工厂内剖面，可见岩石似“疙瘩”状，此现象为（　　）。



A. 枕状构造；　　B. 球状构造；　　C. 球形风化；　　D. 结核。

Q6. 在小路边剖面，可见岩石明显裂开（下图），此现象为（　　）。



A. 正断层；　　B. 逆断层；　　C. 溶蚀；　　D. 根劈。

Q7. 在小路边剖面，可见剖面岩石掉落形成一石堆（下图），此现象为（　　）。



A 崩塌；　　B 滑坡；　　C 泥石流；　　D 喀斯特地貌。

Q8. 形成上一题（Q7 题）现象的有利因素为（　　）。

A. 下部岩石坚硬、上部岩石软弱；　　B. 上部岩石坚硬、下部岩石软弱；

C. 裂隙不发育；　　D. 裂隙发育。

Q9. 在小路边剖面，可见一透镜状灰绿色岩石被紫红色岩石所包裹（下图），灰绿色岩石和紫红色岩石的岩性分别可能为（　　）。



A. 片麻岩、片岩；　　B. 板岩、千枚岩；

C. 砂岩、粉砂质泥岩；　　D. 辉绿岩、流纹岩。

Q10. 上一题（Q9 题）中的灰绿色岩石，与其周围的紫红色岩石相比，形成时间（　　）。

A 较早；　　B 基本一致；　　C 较晚；　　D 无法判断。

Q11. 在所观测的两个剖面上，均可见类似下图中大量的紫红色岩石，其最可能的形成环境为（　　）。



A. 强还原环境；　　B. 弱还原环境；

C. 强氧化环境；　　D. 弱氧化环境。

二、不确定选择题，结果写在答题纸上（单选或多选，每一个正确答案得 1 分，选错一个扣 1 分，每题最低得分为 0 分）

碳酸盐岩具有广泛的时空分布，主要为生物成因，而该生物成因属性注定了其与海洋生物、海洋化学条件等密切相关。据此回答下面 Q12-13 问题。

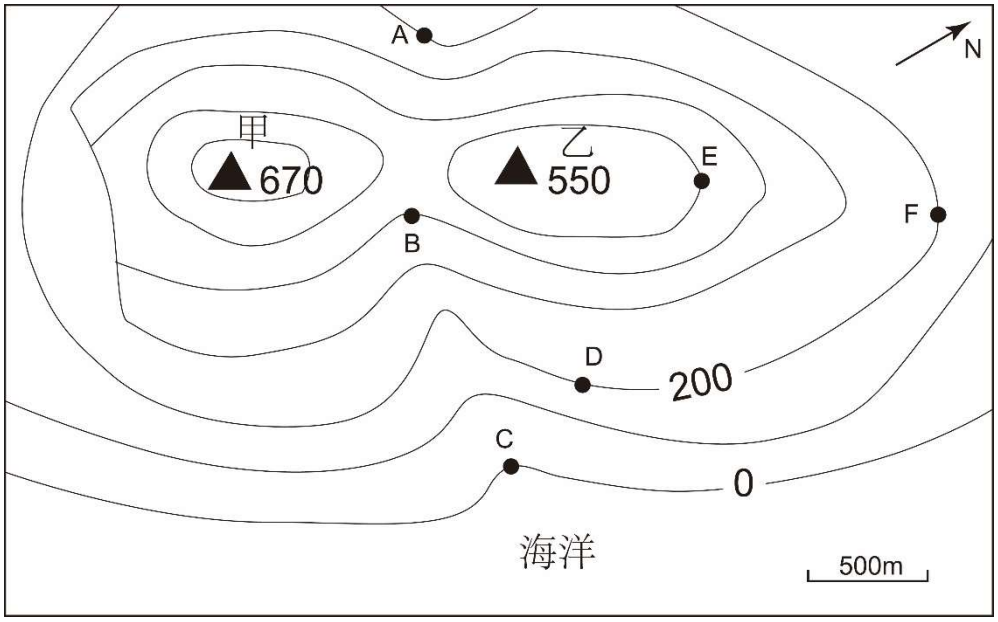
Q12. 以下环境因素影响着碳酸盐工厂的生产效率，其中最重要的有（　　）。

A. 温度；　　B. Mg/Ca；　　C. 盐度；　　D. 海底地形。

Q13. 目前已经确立了热带浅水碳酸盐工厂、灰泥丘工厂和温凉水碳酸盐工厂各自的识别特征，其中关于灰泥丘工厂的主要特征下述说法正确的是（　　）。

A. 沉积物颗粒非常细；　B. 有细菌参与；　C. 原地沉淀；　D. 异地沉淀。

下图为东南沿海某地的地形图，据此回答下面的 Q14-15 问题。



Q14. 图中，有一处适合户外攀岩运动的位置。运动员从崖底攀至陡崖最高处，高差可能有（　　）。

A. 98 米；　　B. 398 米；　　C. 298 米；　　D. 598 米。

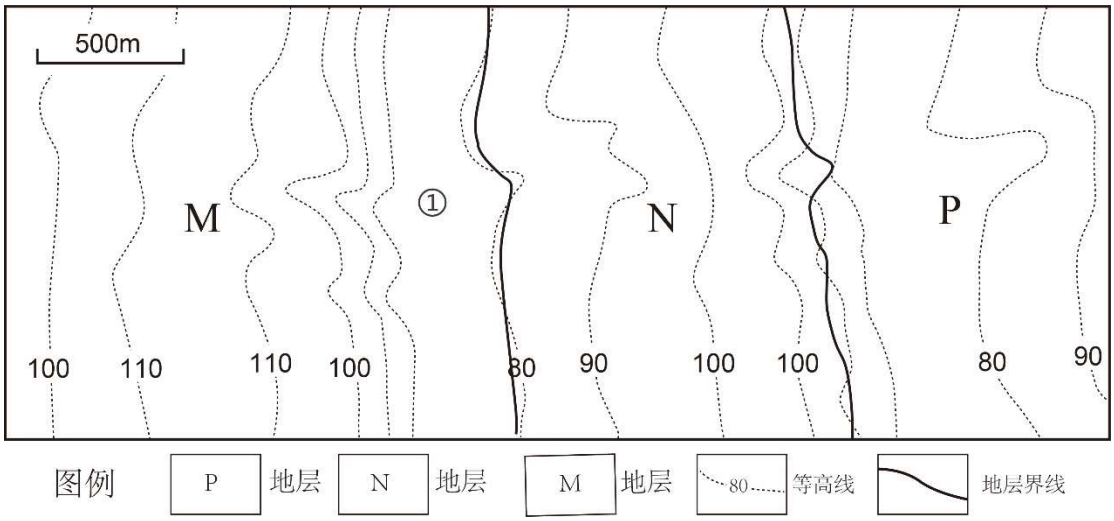
Q15. 关于上图的一些描述说明，其中表述正确的是（　　）。

A. D 地比 A 地降水多；　　B. 点 B 和 C 位于山谷中，点 E、F 处于山脊上；

C. D 点在西南坡上，阳光充足；　D. 甲、乙两山相对高度差为 120 米。

在地形地质图上，倾斜的岩层界线在山谷地区呈近似“V”字形，若岩层界线 V 字形尖端指向沟谷的下方，即与地形等高线弯曲方向相反，则岩层界面倾向与沟谷流水方向相同，但界面倾角大于谷底坡度；若岩层界线 V 字形尖端指向沟谷的上方，与地形等高线弯曲方向相反，则岩层界面倾向与沟谷流水方向相反。下图为意大利南部沿海某地地形地质图，地表分布有三种连续沉积的地层 M、N 和 P，且时代顺序为 M 老于 N 老于 P。据此完成下列

Q16-17 题。



Q16. 图示地区地层产状应该是向同一方向倾斜的，那么它可能处于（　　）。

A. 背斜顶部；　　B. 向斜槽部；　　C. 向斜左翼；　　D. 背斜右翼。

Q17. 图中①处地貌的形成原因最可能是（　　）。

A. 处于断裂带，岩石破碎；　　B. 地表岩层差异侵蚀；

C. 夏季汛期流水侵蚀严重；　　D. 向斜槽部地势凹陷。

在野外常见沉积岩、变质岩、岩浆岩等三大岩类，请结合相关知识回答 Q18-20 问题。

Q18. 下面（　　）岩石具有层理构造。

A. 花岗岩；　　B. 含放射虫化石的硅质岩；　　C. 闪长岩；　　D. 混合片麻岩。

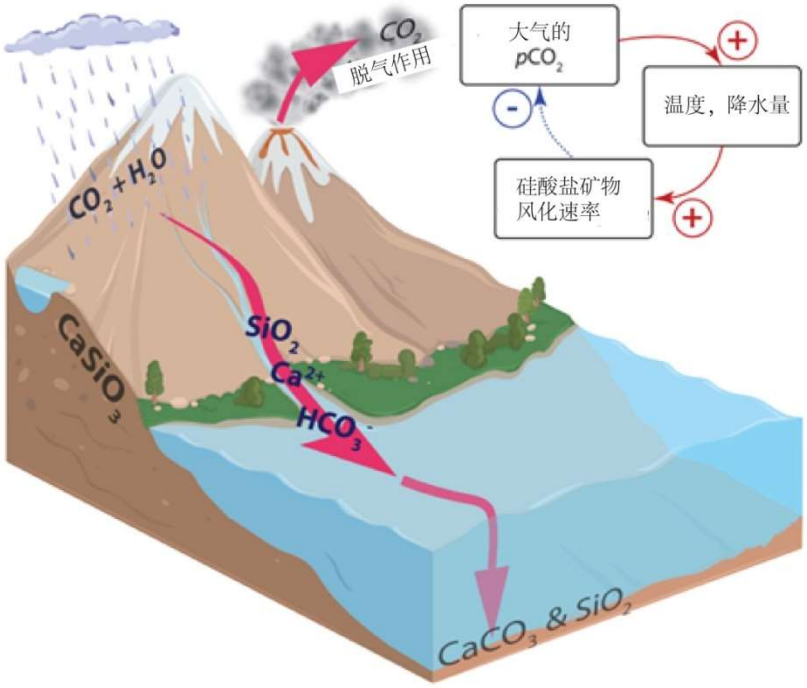
Q19. 下面的岩石，（　　）不是变质岩。

A. 板岩；　　B. 混合岩；　　C. 流纹岩；　　D. 榴辉岩。

Q20. 由分子式为 $MgCa(CO_3)_2$ 的矿物为主构成的岩石，重结晶变质后一般称为（　　）。

A. 片麻岩；　　B. 角岩；　　C. 混合岩；　　D. 大理岩。

在地质历史时期中，地表温度以及大气 CO_2 浓度始终保持在相对宜居的范围之内，并没有变得过热或过冷。地表之所以能形成这种宜居环境，其中一个经典假说涉及到硅酸盐风化的负反馈作用。在这一假说中，火山排气作用是最主要的碳源，而陆地硅酸盐的风化作用（消耗 CO_2 并生成 HCO_3^-）及海底碳酸盐埋藏则是最主要的碳汇（见下图）。当火山排气作用增强时，大气 CO_2 浓度升高，地表温度升高，依据经典阿伦尼乌斯方程，硅酸盐风化速率会随之升高，消耗更多 CO_2，从而将大气 CO_2 含量维持在相对稳定的水平，反之亦然。请回答以下 Q21-Q23 问题。



Q21. 以下（　　）是硅酸盐风化的控制作用。

A. 温度；　　B. 降水；　　C. 岩性；　　D. 物理侵蚀。

Q22. 假设硅酸盐风化过程遵守阿伦尼乌斯方程，地表矿物平均反应活化能（Ea）为 50 kJ/mol，现今地表温度为 14 ℃。如果地表温度升高 5℃，硅酸盐风化速率（与 CO_2 消耗量有关）应该升高（　　）。

（注：阿伦尼乌斯方程为 $\frac{r_T}{r_0}=e^{\frac{E_a}{R}\times(\frac{1}{T_0}-\frac{1}{T})}$。其中，$r_T/r_0$ 代表反应速率的比值，R 为气体常数 8.314 J/mol/K，E_a 为反应活化能，T 和 T_0 代表最终和初始温度条件。）

A. 23%；　　B. 33%；　　C. 43%；　　D. 53%。

Q23. 在不同的地质历史时期，地表矿物平均的反应活化能可能存在差别。若火山排气通量升高，为了维持碳源和碳汇的平衡，反应活化能更高的地质历史时期对应着温度的升高幅度（　　）。

A. 更大；　　B. 更小；　　C. 不变；　　D. 不确定

岩浆矿床（Magmatic deposits）是指各类岩浆通过结晶作用与分异作用，使分散在岩浆中的成矿物质得以聚集而形成的矿床。根据成矿作用不同岩浆矿床主要包括由岩浆结晶分异作用形成的岩浆分结矿床、由岩浆熔离作用形成的岩浆熔离矿床、与火山活动有关的岩浆爆发矿床等。岩浆矿床有一定的成矿专属性，即一定类型的岩浆岩与一定类型矿床间存在密切成因关系。据此回答下面 Q24-26 问题。

Q24. 金刚石矿床属于（　　）。

A. 岩浆分结矿床；　　B. 岩浆熔离矿床；

C. 岩浆爆发矿床；　　D. 岩浆凝结矿床。

Q25. 金刚石（钻石）主要产在以下（　　）岩浆岩中。

A. 金伯利岩；　B. 花岗岩；　C. 闪长岩；　D. 玄武岩。

Q26. 我国最大的铜镍硫化物矿床是（　　）。

A. 东川铜矿；　B. 金川铜矿；　C. 德兴铜矿；　D. 玉龙铜矿。

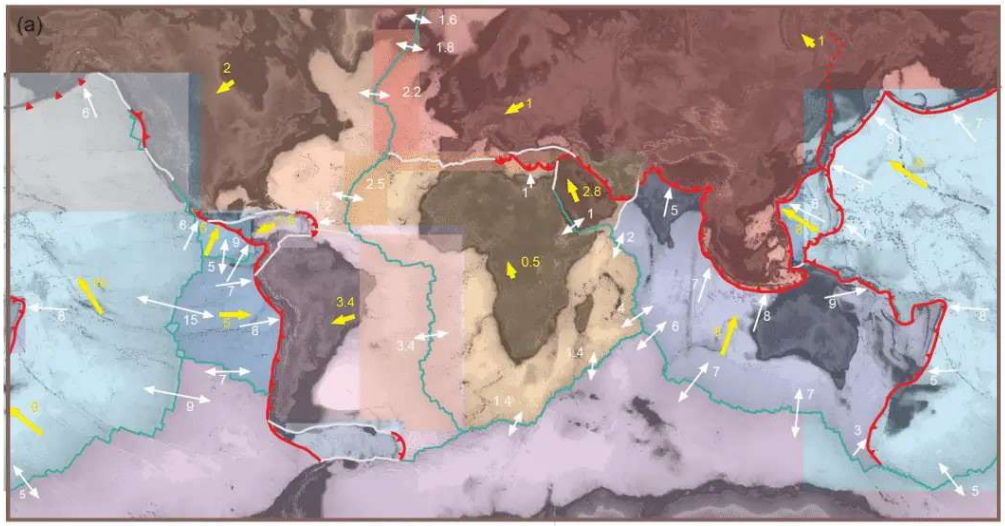
Q27. 孔隙度是指地质体中所有孔隙空间体积之和与其体积的比值，以百分数表示。一般来说，未固结的沉积物孔隙度较大，其次是沉积岩，而结晶岩石孔隙度较小。那么，下面几类地质体(1)花岗岩、(2)粘土、(3)砂岩和(4)砾石，孔隙度由大到小排列正确的是（　　）。

A. (1)(2)(3)(4)；　B. (2)(1)(3)(4)；　C. (2)(4)(3)(1)；　D. (4)(3)(2)(1)。

Q28. 地质体中经常发育一些面状构造现象，我们称之为面理、片理、节理等，然而其成因各不相同，可以划分为原生和次生现象，那么下面这些地质体中可以形成原生层状构造的是（　　）。

A. 花岗岩体；　B. 片麻岩；　C. 泥灰岩；　D. 石榴石云母片岩。

Q29. 板块构造学说认为，全球岩石圈可以划分为若干板块，处于不断运动之中（下图）。板块内部比较稳定，板块与板块之间的交界处可以分为三种状态：其一为彼此接近的汇聚型板块边界；其二为彼此远离的离散型板块边界；其三为彼此交错的转换型板块边界。下面地区处于离散型板块边界的是（　　）。



A. 新西兰群岛；　B. 夏威夷群岛；　C. 格陵兰岛；　D.冰岛。

在未来，人类可能会生活在地球以外的地方，比如火星。有人问这怎么可能。事实上，火星和地球有很多相似之处，但是也有很多不同。根据你的了解，回答下面 Q30-31 问题。

Q30. 阻碍人类在火星上生活的因素不包括（　　）。

A. 辐射太多；　B. 温度低；　C. 缺乏足够的氧气；　D. 没有金属矿产。

Q31. 探索火星的首要驱动力是（　　）。

A. 我们在那里很容易找到稀有贵金属；　B. 我们想更多地了解未知的世界；

C. 地球上将会人口爆炸；　D. 我们的技术将变得非常先进。

下图是某地发现的某沉积岩层的露头，推测成分以碳酸盐矿物为主，据此完成下面 Q32-33 问题。



Q32. 根据你的知识判断，下面（　　）说法是正确的。

A. 该岩层的层面为上层面，显示了波痕构造；

B. 该岩层发育了多组节理构造；

C. 该岩层为板状泥灰岩；

D. 该岩层主要由微晶白云石组成。

Q33. 该层面展示出的特征，其可能形成过程是（　　）。

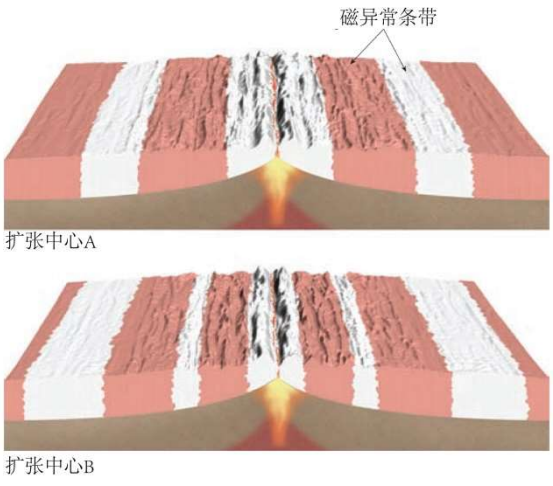
A. 沉积成岩——受力挤压——裂隙充填——地表沉降——风化剥蚀；

B. 沉积成岩——地表沉降——裂隙充填——受力挤压——风化剥蚀；

C. 地表沉降——沉积成岩——受力挤压——裂隙充填——风化剥蚀；

D. 地表沉降——受力挤压——裂隙充填——沉积成岩——风化剥蚀。

想象一下，你正在研究沿着两个不同洋脊的海底扩张。使用磁力计的数据，制作了下面两张地图。



Q34．根据上面图示，确定下面（　　）说法是正确的。

A. 扩张中心 A 和 B 具有相同的发育时间；

B. 扩张中心 A 发育时间短于扩张中心 B 发育时间；

C. 扩展中心 A 的相对扩张速度大于扩展中心 B；

D. 扩展中心 A 的相对扩张速度小于扩展中心 B。

Q35. 固体地球的一些物理参数在地表以下 2900km 的核幔边界处发生急剧变化，下述有关参数描述正确的是（　　）。

A. 密度由 5.6g/cm^3 急剧上升到 9.7g/cm^3；

B. 重力加速度在此处形成拐点，并达到最大值 12.37cm/s^2；

C. 温度在此界面达到 3700℃，发生了固液相态的转变；

D. 横波穿越此界线后消失，纵波经过此界线速度急剧变大。

Q36. 有关岩浆和岩浆岩下述说法正确的是（　　）。

A. 岩浆的粘度受温度、氧化物成分、挥发分控制；

B. 酸性岩浆粘度大于基性岩浆；

C. 粘度大不利于岩浆的上侵，因此酸性岩更倾向于形成侵入岩，基性岩更容易形成喷出岩；

D. 中性喷出岩容易形成流纹构造。

Q37. 常见的岩浆中结晶的硅酸盐矿物称为造岩矿物，下列矿物组中全部属于造岩矿物的是（　　）。

A. 橄榄石、普通辉石、斜长石、蛇纹石；

B. 普通角闪石、黑云母、白云母、钾长石；

C. 橄榄石、普通辉石、斜长石、高岭石；

D. 石英、普通角闪石、白云石、绿泥石。

Q38. 地球上不同圈层中的化学元素既有联系，也有差异。下表为地壳、土壤和生物体中部分元素的含量（%），I、II、III 分别为（　　）。

A. 地壳，生物，土壤；　　B. 地壳，土壤，生物；

C. 土壤，生物，地壳；　　D. 土壤，地壳，生物。

	Si	Al	Ca	K	Na	Mg	O	C	N	P	Fe	H
I	33.0	7.12	1.37	1.36	0.50	0.60	49.0	2.0	0.10	0.08	3.80	1.00
II	0.05	0.02	0.50	0.20	0.05	0.07	70.0	18.0	0.50	0.70	0.02	8.00
III	27.6	8.50	3.50	2.50	2.60	2.00	47.2	0.01	0.02	0.08	5.00	0.15

Q39. 我国近海总面积 470 多万平方千米，下列关于四大海区的说法错误的是（　　）。

A. 南海是四大海区中海岛数最多的；

B. 东海是我国陆架最宽的边缘海；

C. 黄海因海水呈黄褐色而得名；

D. 渤海是中国最北的近海，亦为中国最浅的半封闭性内海。

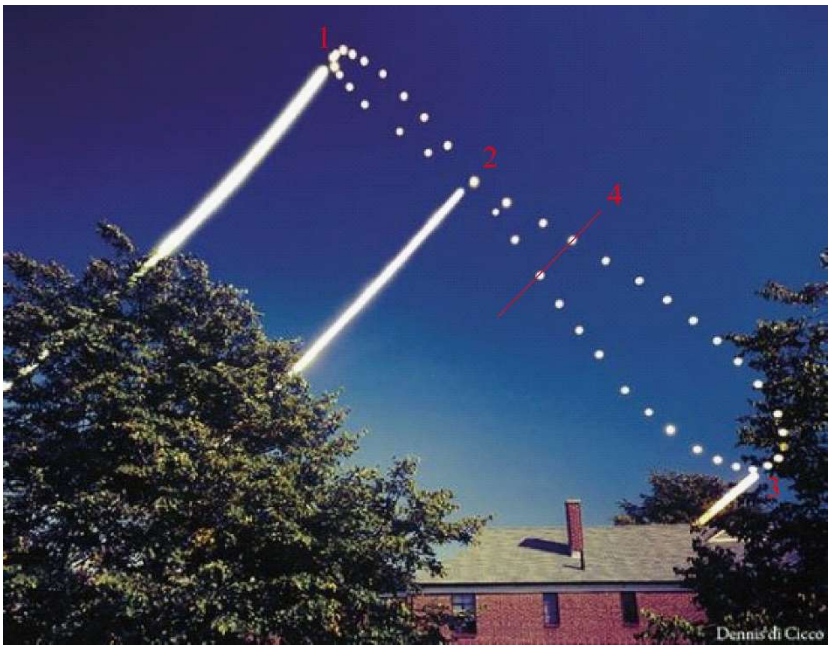
Q40. 在地球上观测周年日行迹的形状很像 8 字形（下图），请选择正确说法（　　）。

A. 图中 1、2、3 三处分别表示夏至点附近、春秋分点附近、冬至点附近；

B. 图中 1、2、3 三处分别表示真、平太阳时差为零；

C. 图中 1 为夏至点附近，3 为冬至点附近，4 为春秋分点附近；

D. 图中真实太阳与 8 字中心线的距离反映了真、平太阳时差。



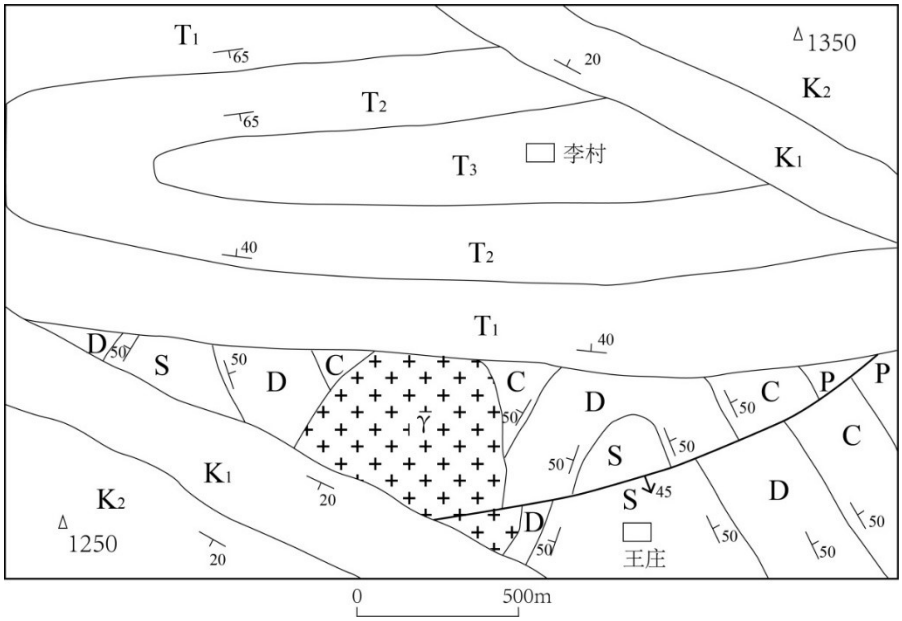
三、综合分析题，答案请写在答题纸上。除特别说明外，计算题只需给出关键步骤与最终结果

W1-W3 背景材料：

地质图是地球科学史上的伟大发明与创想，以科学的符号系统、精确的地图投影和系统的综合方法表达复杂地球物质世界的空间结构和空间关系。

李村-王庄地区出露地层为志留系、泥盆系豹皮状灰岩、泥质条带灰岩、鲕状灰岩、竹叶状灰岩、石灰岩等；石炭系-二叠系砂岩、炭质粉砂岩和页岩、并夹有数层可采煤层；三叠系为火山角砾岩、集块岩及少量中性熔岩组成，白垩系为砂泥岩互层，底部发育一层砾岩。

代	纪	常用代号	据今百万年(Ma)
新生代	第四纪	Q	2.58
	新近纪	N	23
	古近纪	E	66
中生代	白垩纪	K	145
	侏罗纪	J	201
	三叠纪	T	252
古生代 晚古生代	二叠纪	P	299
	石炭纪	C	359
	泥盆纪	D	419
古生代 早古生代	志留纪	S	444
	奥陶纪	O	488
	寒武纪	Є	541



左：显生宙简明地质年表

右：李村-王庄地区地质简图

W1. 阅读李村-王庄地区地质图（上图），依据上面给出的简明地质年表，分析不同时代地层的接触关系；列出各种地质体和地质现象，并简要描述其特征；并给出各种地质体和地质现象的发育顺序。（10 分）

W2. 花岗岩侵入体周围热接触变质带的岩性可能有哪些？（6 分）

W3. 请确定花岗岩γ的大致形成时代，并说明理由。（4 分）

W4-W9 背景材料：

地球上的风，本质上就是大气的运动。哈德利环流（Hadley Cell）是一种目前认为普遍存在于宜居星球上的全球尺度大气环流。地球上的哈德利环流指的是大气从赤道附近上升，在中纬度附近区域下沉形成的环流。显然，这个环流的形成意味着，赤道附近上升的气团需要在某个特定高度处停止上升，变成具有向两极运动的分速度的平行地面的运动；同时在某一个纬度处停止向两极运动，并开始下沉。

上升大气停止上升的高度即为地球大气圈层结构中的对流层顶部的高度。大气现象通常发生在对流层高度范围之内，很难传播到平流层。此外，通常认为流体静力学平衡在对流层

范围内适用。而其停止向两极运动，开始下沉的纬度，即为哈德利环流的范围/尺度。不同的行星具有不同尺度的哈德利环流，火星上的哈德利环流可以影响到纬度 60 度的位置，而地球哈德利环流的边界往往在 25 度附近的中纬度区域。

事实上，只需要一些简单的行星参数，就可以通过简化的物理模型估算出某个行星的哈德利环流的尺度，下面让我们一步一步的来实现这个过程！

在估算过程中，仅考虑地球以角速度 Ω 绕地轴自转（忽略其他一切地球的运动：包括地球的公转、地轴的倾斜与地轴的运动等等）且地球为球体；忽略地球大气自身粘性造成的粘性耗散，仅仅考虑大气与地面之间的摩擦，也忽略对流层大气在对流层顶与平流层大气的能量交换（即除与地面接触摩擦以外不存在任何能量损失）；同时也忽略水的相变，将哈德利环流简化为一个单纯的运动学问题（如图 1 所示）。

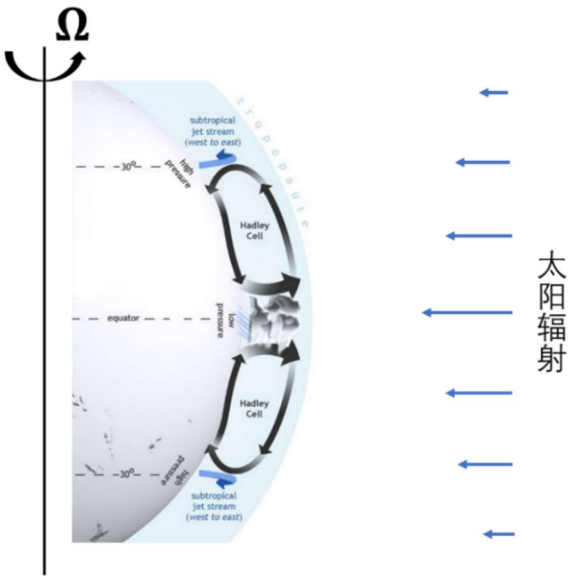


图 1

这样，哈德利环流就可以抽象为流体沿着两个关于赤道对称的近矩形路径进行循环流动（如图 2 所示）。由于哈德利环流关于赤道轴对称，因此我们只考虑北半球的情况。

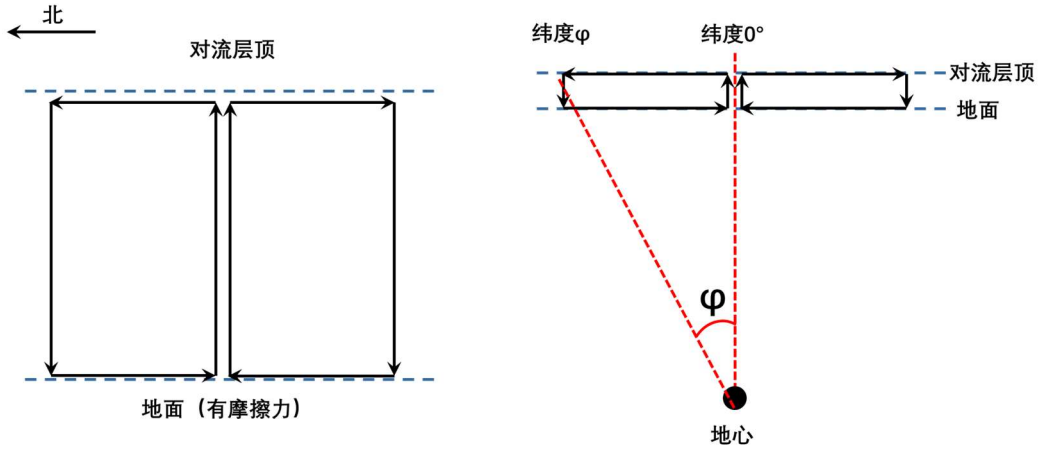


图 2

通常使用“风速”来描述大气相对地面的运动情况。某个特定位置的风速，可以视为这

个位置处一个小的大气团块的运动速度（如图 3 所示）。地球风速通常被进行三向分解，分解为垂直于地球表面方向的垂向速度 w （垂直地面向上为正方向），沿经线方向的经向速度 v（向北为正方向），和沿纬线方向的纬向速度 u（向东为正方向）。其中值得注意的是，地球自身在公转，**纬向风速是相对于自转的地球（即相对于最近的地面）的速度**。

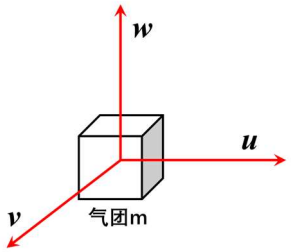


图 3

设地球自转角速度为 Ω，地球半径为 a，对流层高度为 H（从地面到对流层顶的高度），相对地球半径而言对流层高度可以忽略不计。首先考虑气团在对流层顶运动的阶段（如图 4 所示的 CD 段，气团不受到摩擦力，可以忽略一切外力的作用）。此阶段气团从赤道向更高纬度的地区运动，垂向速度 w 始终为 0。赤道处的纬向速度 u_c 为 0。

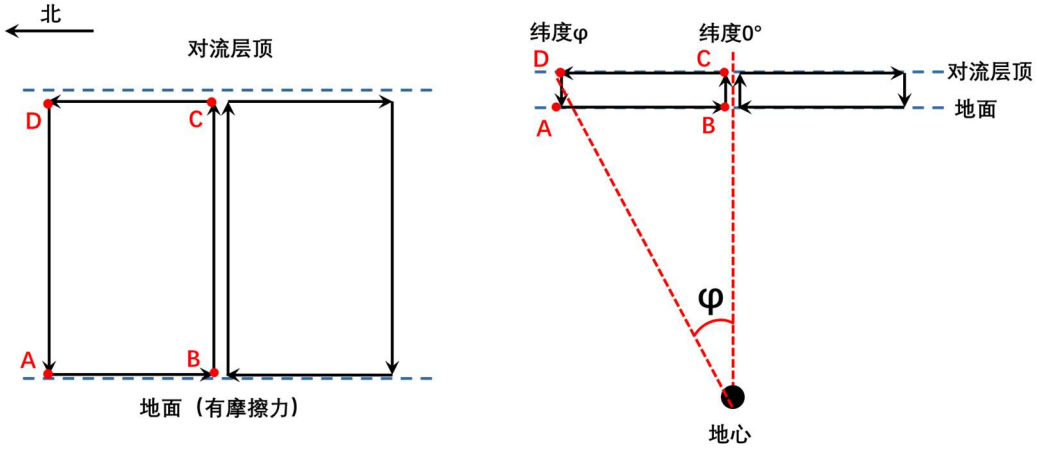


图 4

W4. 请求出气团向两极运移到任意纬度 φ 处，其纬向速度 $u(\varphi)$ 的表达式。若地球自转角速度 $\Omega = 7.3 \times 10^{-5}$ 弧度/s，地球半径 $a = 6371.4$ km，请求出纬度 20° 与 30° 位置处的纬向速度（计算结果保留两位小数）。（8 分）

【补充知识：在没有外力作用时，绕某个轴旋转的质点，其质量、线速度、到其自转轴的距离这三者的乘积始终不变。】

通过上题的计算，我们成功知道了哈德利环流上边界任意一点的纬向速度。而在下边界，由于存在大气与地表的摩擦，通常认为下边界任意纬度处的纬向风速 u 均为 0 m/s，可见从地面到对流层顶纬向风速发生了明显改变。假设纬向风速沿高度线性均匀变化，即在任意纬度处纬向风速从高度 $h = 0$，到高度 $h = H$（H 为对流层顶的高度）都线性递增。将相同

纬度，上升单位高度伴随的纬向风速变化量定义为“纬向风速的垂向切变”，记为 τ 。

W5. 请求出任意纬度 φ 处纬向风速的垂向切变 $\tau(\varphi)$ 。若地球自转角速度 $\Omega = 7.3\times10^{-5}$ 弧度/s ，地球半径 $a = 6371.4\ \mathrm{km}$ ，对流层厚度 $H = 12\ \mathrm{km}$ ，请求出纬度 20° 与 30° 位置处的 τ （计算结果用科学计数法表示，保留两位小数）。（4 分）

经过前两题的计算，不难发现纬向风速的垂向切变 τ 从赤道向更高纬度方向迅速增大。随着纬向风速的垂向切变的增加，大气中气块的抗扰动能力会下降（即当气块受到扰动离开原位后，由于其他位置的运动状态与原位置差异过大，会导致进一步偏离原位而难以回到原位）。大气中这种气块的抗扰动动力的下降的过程被描述为：大气“垂直不稳定性”增加。哈德利环流存在纬度边界的原因，在本质上正是：大气的垂直不稳定性随着纬度的增加而增加，在某个纬度处，大气不稳定性达到了大气保持静力稳定平衡的极限，一旦超过这个纬度，大气就将处于极度的不稳定状态。于是哈德利环流在这个纬度处终止，而在哈德利环流纬度边界之外，存在动力不稳定性极高的西风急流。

我们此前已经计算出了纬向风速的垂向切变 τ 随纬度的变化函数，而这个变化，本质上是温度沿纬度分布不均匀导致的。垂向风切变与水平温度梯度成正比，这个关系被称作“热成风关系”，表达式为：

$$\tau = \frac{\Delta u}{\Delta h} = -\frac{g}{2\Omega sin\varphi \cdot T_0}\frac{\Delta T_M}{\Delta y}$$

其中 τ 为垂向风切变， Ω 为地球自转的角速度， g 为重力加速度， φ 为纬度角， T_0 为**全球平均辐射平衡温度**（太阳辐射下处于能量平衡状态下的地球整体的空间平均温度，**与赤道温度不同**）。由于我们仅仅考虑沿经线方向纬度增加（即远离赤道）导致的垂向风切变，所以这里 y 即为沿经线方向远离赤道的距离（赤道处 $y=0$ ），T_M 为地球表面的温度（是关于 y 的函数）， $\frac{\Delta T_M}{\Delta y}$ 是地球表面沿经线方向远离赤道的温度水平梯度（见图 5）。

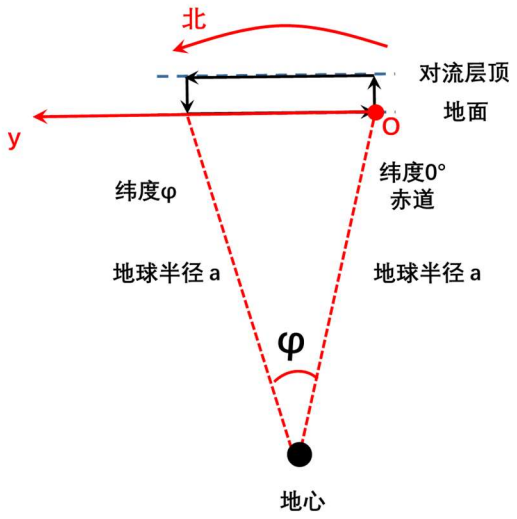


图 5

由于地球上哈德利环流的影响范围不大，可视为处于纬度角 φ 较小的情况。为简化计

算，我们可以将某一纬度角 φ 对应的经线 y 和两条地球半径 a 视为等腰三角形。当顶角 φ 较小时，$\sin\varphi$ 可以近似等于 $\frac{y}{a}$，而 $\cos\varphi$ 可以近似等于 1（图 6）。（后续计算均使用此近似）

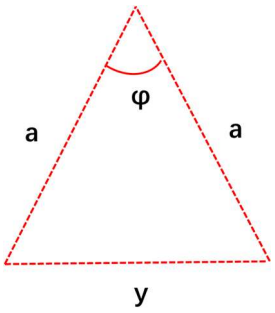


图 6

W6. 请根据此前求得的垂向风切变，结合热成风关系，求出我们简化的哈德利环流模型之下地球表面温度 T_M 随沿经线方向远离赤道的距离 y 的变化函数，并说明 T_M 关于 y 的函数表达式中常数项的意义。（10 分）

【补充知识：不定积分是求导的逆过程，通过不定积分可以根据因变量 y 关于自变量 x 的变化梯度 $\frac{\Delta y}{\Delta x}$，求出因变量与自变量的关系（即原函数） $y=F(x)$。以幂函数中的三次函数为例：已知四次函数 $f(x)=x^4+k$（其中 k 为任意常数），则其导函数 $f'(x)=4x^3$ 是一个三次函数。那么对三次函数 $g(x)=x^3$ 进行不定积分，其积分函数 $G(x)=\int x^3dx=\frac{1}{4}x^4+k$ 是一个四次函数。其中 $\int$ 为积分符号，dx 表示对 x 进行积分，k 为任意常数（但在物理公式中该常数可能有物理意义）。】

在上一题中，我们顺利求出了哈德利环流简化模型下的地球表面温度沿纬度的分布，这个温度分布可以近似看作是在哈德利环流参与将赤道位置的热量向更高纬度地区运输的作用下，地球达成的平衡温度沿纬度的分布。若地球上没有哈德利环流的存在，地球表面温度沿纬度的分布将完全由不均匀的太阳辐射决定，这种情况下的地球表面温度沿纬度的分布被称为辐射平衡温度 $T_E(\varphi)=T_0-\frac{1}{3}\Delta T(3sin^2\varphi-1)$，其中 ΔT 为赤道位置的温度与极地位置的温度的差异，T_0 与热成风关系中的 T_0 一样，为全球平均辐射平衡温度。此处的纬度角 φ 仍然适用等腰三角形顶角三角函数值的近似。

W7. 请根据辐射平衡温度表达式，求出不存在哈德利环流情况下的赤道处的温度 T_{E_0} 的表达式。（2 分）

将哈德利环流作用之下的地球表面沿纬度的温度分布 T_M 与没有哈德利环流作用之下的地球表面沿纬度温度分布 T_E 画在一起，图像如图 7 所示。我们假设哈德利环流影响范围内的大气和哈德利环流影响范围以外的大气不存在热量交换，且温度与热量成线性关

系。

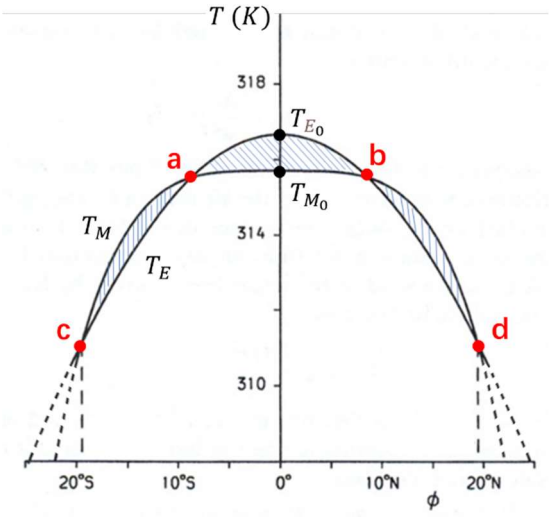


图 7

W8. 请解释图像中阴影面积以及两函数图像间四个交点 a, b, c, d 的含义（c, d 点之外的虚线部分为温度函数的理论延伸，但实际上由于哈德利环流纬度边界存在西风急流，并非连续变化，虚线部分实际上在二温度函数的定义域之外，并不存在）。（6 分）

根据上题的分析，我们实际上知道了哈德利环流的边界位于哪个位置，也知道了 T_{E_0} 与 T_{M_0} 之间的差值本质上反映的就是哈德利环流从赤道附近的热带区域向更高纬度地区输送的热量的多少。

W9. 请结合 T_M 与 T_E 关于 y 的简化表达式，求出哈德利环流边界与赤道的距离 Y 的表达式，以及 $T_{E_0}-T_{M_0}$ 的表达式。代入下面补充数据，求出 Y （单位 km，保留 5 位有效数字）和 $T_{E_0}-T_{M_0}$（单位 K，保留两位小数）的具体数值。（15 分）

【补充知识：定积分可以精确计算函数图像与 x 轴所围区域的面积。对于区间 $[a,b]$ 内均在 x 轴上方的函数 $f(x)$，它在该区间与 x 轴围成的面积可通过定积分 $\int_a^b f(x)dx = F(b)-F(a)$ 得到。其中 $F(x)$ 为前面介绍不定积分时提到的原函数，原函数中的常数 k 在相减的过程抵消。此外，$\int_a^b [f(x)+g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$。】

【补充数据】

地球自转角速度：$\Omega = 7.3\times10^{-5}$ 弧度/s

地球半径：$a = 6371.4$ km

对流层厚度：$H = 12$ km

全球平均辐射平衡温度：$T_0 = 255$ K

赤道-极地温度差异：$\Delta T = 100$ K

重力加速度：$g = 9.8$ m/s^2

W10-W15 背景材料：

转动惯量（I）是研究行星自转动力学和内部结构的关键参数。其定义为 $I=\int r^2\,dm$ 其中 r 是质量元 dm 到转动轴的垂直距离。对于行星而言，转动惯量不仅反映其质量分布，还隐含内部密度分层的信息。

W10. 根据转动惯量的定义，以下哪些说法是正确的？（不定项选择，5 分）

A. 地球的大陆集中于赤道附近时，地球的转动惯量更大

B. 地球的大陆集中于两极附近时，地球的转动惯量更大

C. 行星自转的动能为其转动惯量乘以自转角速度的平方再乘 1/2

D. 行星公转的动能为其转动惯量乘以公转线速度的平方再乘 1/2

科学家常用比值 $\frac{I}{MR^2}$（称为转动惯量因子）来标准化转动惯量，其中 M 为星球整体质量，R 为星球平均半径。

W11. 质点自转的转动惯量因子为_____，质点公转的转动惯量因子为_____。（4 分）

行星形成初期的分异过程（Differentiation）指内部物质因密度差异发生分层：重元素（如铁、镍）下沉形成金属核心，轻元素（硅、铝等）上浮形成幔层与地壳。这一过程显著改变了天体的质量分布，并反映在转动惯量因子 $\frac{I}{MR^2}$ 的数值中。

W12. 假设行星 A 为均匀实心球体，求其转动惯量因子。（6 分）

【补充知识：①对于半径为 r 的极薄均匀球壳，其质量是一个非常小量 dm，其转动惯量也是一个非常小量 dI，已知 $dI=\frac{2}{3}r^2dm$。②对于极薄的球壳，其体积计算可以近似为无数个小立方体。③定积分除了可以计算函数图像与 x 轴所围区域的面积，还可用于将非常小量相加。已知 $dy=f(x)dx$，则 $x=r$ 时 y 的值可以通过两边一起积分 $\int_0^r dy=\int_0^r f(x)dx$ 得到。】

（若你未解出均匀实心球体的转动惯量因子，下面各题可将其设为 λ_0 继续计算）

W13. 某行星由内核、外层组成：内核半径为整个球体的 1/3，内核密度为外层密度的 2 倍。计算这颗行星的转动惯量因子。并跟均匀球体的转动惯量因子做比较，分析差异的原因。（8 分）

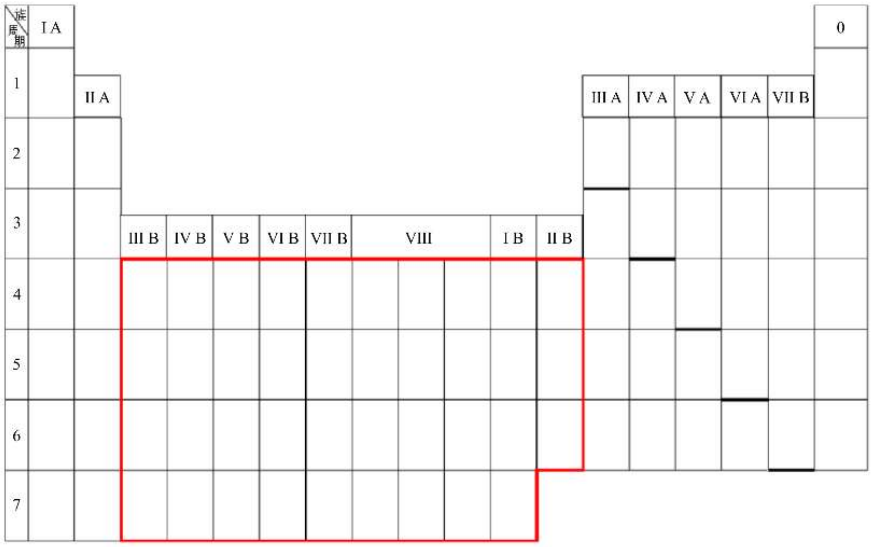
W14. 若地球只由内核和外层组成，试计算地球内核与外层的密度比。地球内核的半径为 1220 km，地球总质量为 5.97×10^{24} kg，地球的转动惯量因子为 0.33。（6 分）

W15. 一个由内核、外层组成的行星，内核密度为外层密度的 2 倍，当内核多大时该行星的转动惯量因子最小？并求出此时的转动惯量因子。（6 分）

W16-W23 背景材料：

稀土元素（Rare Earth Elements，简称 REEs）是指元素周期表中的一组 17 种化学元素，包括 15 种镧系元素以及钪（Sc）和钇（Y）。尽管被称为“稀土”，但实际上这些元素在地壳中的丰度并不低，只是它们通常以低浓度的形式存在（一个例外是具有放射性的 61 号元素 Pm，天然几乎不存在）。稀土元素在现代高科技产业中具有重要作用，被称为“工业维生素”。在地球科学中，岩浆岩、沉积岩中的稀土元素也是揭示岩浆作用、构造运动以及海洋化学演变的强力工具。

W16. 写出稀土元素在元素周期表中的位置（表示为族-周期，例如氢为IA-1）（3 分）



现代海洋中稀土元素主要来源于河流输入。由于外层电子结构相似，稀土元素具有相似的化学性质，海洋中它们的离子通常以+3 价态存在并与碳酸根离子络合。但其中 58 号元素**铈(Ce)**具有独特的化学性质。在含氧量高的海水中，三价 Ce 能够被氧化为四价，而四价 Ce 极易水解成 CeO_2 并沉淀下来。CeO_2 能够被铁锰氧化物吸附并沉降到海底。

W17. 假设表层海水与大气处于热力学平衡，计算现代表层海水中最多可溶解多少 Ce（只需保留数量级）（10 分）

【参考数据（25℃，pH=8.1，平衡常数均按 mol • L^{-1} 计算）：

$$Ce^{3+} + \frac{1}{4}O_{2(aq)} + 3OH^- \rightarrow CeO_2 + \frac{3}{2}H_2O \quad K_1 = 10^{39.4}$$

$$Ce^{4+} + 2H_2O \rightarrow CeO_2 + 4H^+ \quad K_2 = 10^{8.14}$$

$$Ce^{3+} + CO_3^{2-} \rightarrow CeCO_3^+ \quad K_3 = 10^{7.61}$$

$$Ce^{3+} + 2CO_3^{2-} \rightarrow Ce(CO_3)_2^- \quad K_4 = 10^{17.53}$$

二氧化碳的溶解平衡常数为 0.033 mol • L^{-1} • atm^{-1}，碳酸的电离常数为$K_{a1} = 10^{-6.35}$和$K_{a2} = 10^{-10.33}$（假设溶解二氧化碳完全转化为碳酸）。氧气的溶解平衡常数为 0.00125 mol • L^{-1} • atm^{-1}。】

W18. 测得现代表层海水（中国南海）中溶解性 Ce 的浓度为 8.1 pmol/L（1 pmol = 10^{-12} mol），造成与上题计算结果差异的可能原因有（　　）（不定项选择，5 分）

A. 海水中碳酸根过饱和

B. 海水中碳酸根不饱和

C. 海水中溶解氧过饱和

D. 海水中溶解氧不饱和

E. 稀土元素的供应过少

F. 稀土元素除了可以与碳酸根离子络合外，还可以与有机质络合

考虑到铈与相邻元素的性质差异，沉积物中铈的含量常用**铈异常Ce/Ce***来表示，计算方法为

$$Ce/Ce^* = Ce_{标准化} \times \frac{Nd_{标准化}}{Pr_{标准化}{}^2}$$

浓度单位一般采用 ppm（百万分之一质量分数）。标准化指的是将实测数据除以某种具有代表性的样本的数据（称为标准数据）。以下为一些稀土元素的标准数据与实测数据。

元素	标准数据	现代碳酸盐岩样本 1	现代碳酸盐岩样本 2	现代碳酸盐岩样本 3
^{57}La	30	2.436	0.375	3.117
^{58}Ce	64	5.203	5.504	5.632
^{59}Pr	7.1	0.5574	0.6901	0.6617
^{60}Nd	26	2.389	2.675	2.756

解读铈异常的定义以及上面的数据，回答问题。

W19. 为何要对稀土元素的含量进行标准化？（3 分）

W20. 考虑海洋中稀土元素的来源，选择下面最适用的标准数据（单选）（3 分）

A. 球粒陨石的平均元素组成（代表了太阳系的初始成分）

B. 太古宙之后的页岩的平均元素组成（代表了上地壳）

C. 原始地幔的平均元素组成

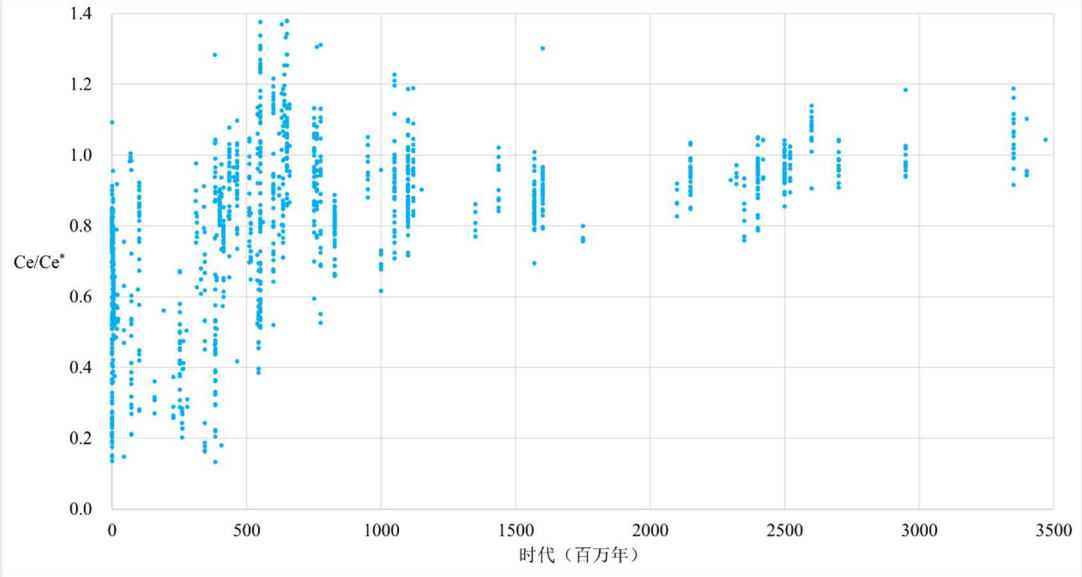
D. MORB（大洋中脊玄武岩）的平均元素组成

W21. 铈异常的定义为何引入了 ^{59}Pr、^{60}Nd 两种元素？为何不引入 ^{57}La？（6 分）

W22. 根据铈异常，三个现代碳酸盐岩样本的沉积环境可能有什么差异？（10 分）

氧气是真核生物赖以生存的基础。在现今地球大气层中，氧气的体积分数约占 21%，远高于太阳系其他行星。富含氧气的大气层被认为是地球出现复杂生命并不断演化的关键环境要素。了解大气氧的变化历史，是探索生命与环境协同演化以及地外生命可能性的重要基础。铈的变价特性为恢复地质历史时期大气氧的演变提供了一种思路。

下图总结了地质时期浅水碳酸盐岩样本的铈异常数据。由于后期成岩改造的影响，同时代样本会表现出不同的铈异常值。现在，让我们穿越回过去的地球，感受氧气的来龙去脉。



假设：①后期成岩改造只会导致碳酸盐岩中铈的相对含量升高，不会降低；②海水中的稀土元素在进入碳酸盐岩时各自的分配系数（$\frac{c_{沉积物}}{c_{海水}}$）在地球历史上保持相对稳定；③海水中的其他成分（如 Pr、Nd、碳酸根、pH 等）在地球历史上保持相对稳定；④浅水碳酸盐岩的沉积环境与大气处于热力学平衡。

W23. 选择合适的铈异常数据，基于 W17 建立Ce/Ce*与大气氧分压的数学关系，定量恢复地球历史上大气氧含量的变化。要求：以 x 轴为时代、y 轴为氧含量绘制曲线图，氧含量的单位采用%PAL（当时氧气分压与现代氧气分压的百分比，即现代为 100%PAL）。曲线图不需要非常精确，可使用对数坐标。（15 分）

W24-W31 背景材料：

动物学家通过骨骼测量学发现，由于生物演化中性选择的存在，脊椎动物门下的许多现生物种，其雄性相比于雌性，在统计学意义上，往往具有较大的体型，上述现象被称作性双形 (Sexual dimorphism)。然而，对于脊椎动物门下已绝灭的物种而言，由于绝大多数的化石标本仅能反映生物硬体组织的形态信息，个体性别识别上的困难限制了古生物学家对化石物种性选择和性双形现象的系统研究。

中国科学院古脊椎动物与古人类研究所杨钟健先生命名发表的胡氏贵州龙(*Keichousaurus hui*)，因其正模标本由中国地质博物馆胡承志先生于 1957 年在贵州兴义绿荫村采集而得名，系华南中三叠统法郎组竹竿坡段地层中多有发现且常保存完好的原始鳍龙类海洋爬行动物。数量可观的胡氏贵州龙完整化石标本足以支持骨骼测量学工作的开展，为古生物学家提供了研究中生海洋代爬行动性双形现象的罕见机会。通过统计学方法，古生物学家得以确定，胡氏贵州龙的确存在两种成体形态型，其体型大小有着显著差异。

近年来发掘所得的部分胡氏贵州龙特异保存化石标本中，可以发现化石标本个体体内还在发育中的胚胎，据此可以直接确定此化石标本个体的性别为雌性，而其骨骼测量学数据在统计学上均被归类为体型较小的成体形态型。古生物学家的上述形态解剖学发现，不仅揭示了胡氏贵州龙的生殖习性很可能为卵胎生，更强烈提示了胡氏贵州龙很可能存在明显的性双形现象。基于上述结论，古生物学家提出了许多统计方法，利用骨骼测量学数据，直接推断胡氏贵州龙化石标本的性别，从而扩充相关数据样本，以支持进一步定量研究，系统评估性双形对胡氏贵州龙生长发育的影响。

胡氏贵州龙性别统计推断的成熟算法涉及一系列现代统计学方法，对化石标本的骨骼测量学参数进行综合考虑，提供了相当可观的一致性和准确率，惟其复杂性致使其计算效率和应用场景相对受限。在早期探索阶段，古生物学家曾尝试过一系列比值指标作为性别判别依据，即直接计算某两个骨骼测量学参数的比值，并与经统计方法所确定的判别阈值进行比较。此类方法简单高效直观，故至今仍广泛用于胡氏贵州龙性别的初步定性判别。不过，比值指标判别方法忽视了骨骼测量学参数间的复杂关系，故不可避免地存在系统性偏误。在对某些特殊标本进行性别判定时，不同比值指标甚至会出现明显的分歧。

对胡氏贵州龙的性别进行初步定性判别时，有两种经典的比值指标最为常用。其一为肱骨最大远端宽度(maximum distal width of humerus, *dh*)与肱骨干最小宽度(minimum width of humeral shaft, *hs*)之比(*dh/hs*)，一般以1.8作为阈值；另一则为肱骨长度(humerus length, *hm*)与股骨长度(femur length, *fm*)之比(*hm/fm*)，一般以1.1作为阈值。

下表列出了16件胡氏贵州龙化石标本的部分骨骼测量学数据（单位: mm），并同时给出了利用成熟算法推断所得的性别。M 雄性, F 雌性; *rd* 桡骨长度 length of radius, *ul* 尺骨长度 length of ulna。

标本编号	性别	*hm*	*fm*	*rd*	*ul*	*dh*	*hs*
H01	M	26.0	22.0	14.0	13.0	7.8	4.0
H02	M	23.0	20.0	12.0	12.0	6.0	2.5
H03	F	19.5	17.0	10.0	10.0	4.0	3.0
H04	M	27.0	22.0	13.5	13.0	7.0	3.2
H05	F	18.5	15.0	8.0	8.0	4.0	3.0
H06	M	21.5	18.0	10.5	10.0	6.5	4.0
H07	F	12.5	12.5	6.5	6.0	3.0	2.2
H08	F	19.0	17.5	9.0	8.5	3.0	3.5
H09	F	13.0	14.5	7.0	6.0	3.6	2.1
H10	F	11.0	11.2	5.0	5.0	2.4	2.0
H11	M	15.0	13.0	7.0	7.0	3.8	2.0
H12	F	16.8	16.0	8.0	7.5	3.2	3.0
H13	F	12.0	12.0	5.5	5.5	2.9	2.0
H14	F	11.0	12.0	6.0	6.0	2.0	2.3
H15	M	22.0	19.0	11.5	10.5	7.0	3.5
H16	M	16.0	14.0	8.0	8.0	5.0	2.5

W24. 计算所给出各件标本的 *hm/fm* 和 *dh/hs* 比值指标，并利用所给出的对应阈值分别进行性别判别，从而完成下表（保留两位小数）。请抄在答题纸上。（4 分）

标本编号	*hm/fm*	由 *hm/fm* 判定的性别	*dh/hs*	由 *dh/hs* 判定的性别
H01				
H02				
H03				
H04				
…				

Pearson χ^2 独立性检验可以用于判断两个分类变量(categorical variable)之间是否存在关联。若随机变量X和Y分别有r和c种可能的取值,则可将样本编制为r行c列的表格，称为$r \times c$列联表(contingency table)。表中第i行第j列的值为样本中X值取X_i而Y值取Y_j的频数，记为$O_{(i,j)}$，其期望则记为$E_{(i,j)}$，则有

$$E_{(i,j)} = \frac{\sum_{n=1}^{r} O_{(n,j)} \sum_{m=1}^{c} O_{(i,m)}}{\sum_{n=1}^{r} \sum_{m=1}^{c} O_{(n,m)}}, \qquad \chi^2 = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{c} \frac{\left(O_{(i,j)} - E_{(i,j)}\right)^2}{E_{(i,j)}}$$

根据自由度$\nu = (r-1)(c-1)$可以计算在给定显著性水平$(1-p)$上的检测阈值$\chi_p^2(\nu)$。

若$\chi^2 > \chi_p^2(\nu)$,则说明在给定显著性水平$(1-p)$上两个分类变量相关联。下表选录了在 80%, 90%, 95%, 99%, 99.9% 五种显著性水平上，部分ν取值分别对应的检验阈值$\chi_{0.2}^2$，$\chi_{0.1}^2$，$\chi_{0.05}^2$，$\chi_{0.01}^2$，$\chi_{0.001}^2$。

ν	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\chi_{0.2}^2$	1.642	3.219	4.642	5.989	7.289	8.558	9.803	11.030	12.242
$\chi_{0.1}^2$	2.706	4.605	6.251	7.779	9.236	10.645	12.017	13.362	14.684
$\chi_{0.05}^2$	3.841	5.991	7.815	9.488	11.070	12.592	14.067	15.507	16.919
$\chi_{0.01}^2$	6.635	9.210	11.345	13.277	15.086	16.812	18.475	20.090	21.666
$\chi_{0.001}^2$	10.828	13.816	16.266	18.467	20.515	22.458	24.322	26.124	27.877

W25. 通过计算说明，根据 *dh/hs* 和 *hm/fm* 两种比值指标得到的性别结果，在最高在上述五种显著性水平中的何种上相关联？（4 分）

【提示：对于本题的情况，有

性别	*dh/hs* M	*dh/hs* F
hm/fm M	$O_{(1,1)}$	$O_{(1,2)}$
hm/fm F	$O_{(2,1)}$	$O_{(2,2)}$

$$\chi^2 = \frac{(O_{(1,1)}+O_{(1,2)}+O_{(2,1)}+O_{(2,2)})(O_{(1,1)}O_{(2,2)}-O_{(1,2)}O_{(2,1)})^2}{(O_{(1,1)}+O_{(1,2)})(O_{(2,1)}+O_{(2,2)})(O_{(1,1)}+O_{(2,1)})(O_{(1,2)}+O_{(2,2)})}$$

】

标度不变性 (Scale invariance) 是自然界中的一种性质，幂律 (Power law) 则是最简单的标度不变性数学模型，即因变量 y 对自变量 x 满足关系 $y = k \cdot x^{\alpha}$，其中$\alpha \neq 0$系标度幂指数，而$k \neq 0$为缩放常数。最典型的例子，如圆球体积与半径的关系 $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ 即满足幂律，其中体积V对半径r的标度幂指数为3，而其缩放常数则为$\frac{4}{3}\pi$。动物的生长发育中，幂律同样广泛存在。青蛙在变态后的几周内，其腿长与体长之间就遵循严格的正比例关系，亦即其腿长对体长的标度幂指数为1；动物的骨骼肌在运动时收缩舒张的频率，则大致与其体重的立方根成反比，故鸟类飞行时振翅的频率对体重的标度幂指数是$-\frac{1}{3}$。

现代动物学与生理学研究指出，对于绝大多数现生动物，其基础代谢率水平与体重的$\frac{3}{4}$次幂成正比，此结论又被称作克莱伯定律 (Kleiber's law)。然而生物体的细胞数基本上与其体重成正比，如果朴素地假设每个细胞的基础代谢率恒定，那么其基础代谢率水平与体重理应也成正比。此类实际幂律关系的标度幂指数偏离朴素预期的情形，在对动物生长发育规律的研究中广泛存在，被称为异速生长 (Allometry)。相应地，如果幂律关系中标度幂指数符合朴素预期，则被称为等速生长。上述青蛙在变态后发育期内的腿长与体长关系，就是等速生长的典型例子。

任意指定两解剖测量学参数分别作为因变量和自变量，二者间生长发育的幂律方程的参数可以利用**线性回归**进行估计。对于容量为 n 的样本，因变量 y 对自变量 x 的线性回归方程 $\hat{y} = \widehat{\beta_0} + \widehat{\beta_1}x$ 有

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2, \quad S_{yy} = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2, \quad S_{xy} = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

$$\widehat{\beta_1} = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}, \quad \widehat{\beta_0} = \bar{y} - \widehat{\beta_1}\bar{x}$$

$$\mathrm{SSR} = \sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2, \quad \mathrm{SSE} = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$$

其中 SSR 和 SSE 分别被称为回归平方和与残差平方和。回归平方和与残差平方和之和即为总平方和。决定系数 R^2是评价线性回归方程拟合优度的最经典方法，而更进一步判定线性回归方程整体的可靠性则需要使用 F 检验，二者均可通过 SSR 和 SSE 计算

$$R^2 = \frac{\mathrm{SSR}}{\mathrm{SSE} + \mathrm{SSR}} = \frac{{S_{xy}}^2}{S_{xx}S_{yy}}, \qquad F = \frac{\mathrm{SSR}}{\mathrm{SSE}}(n-2)$$

根据自由度 $\nu = n - 2$ 可以计算在给定显著性水平$(1-p)$上的检测阈值$F_p(\nu)$。若$F > F_p(\nu)$，则说明在给定显著性水平$(1-p)$上所检验的线性回归方程可靠。下表选录了在 80%, 90%, 95%, 99%, 99.9% 五种显著性水平上，部分ν取值分别对应的检验阈值$F_{0.2}$，$F_{0.1}$，$F_{0.05}$，$F_{0.01}$，$F_{0.001}$。

ν	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$F_{0.2}$	1.951	1.913	1.883	1.859	1.839	1.823	1.809	1.797	1.787
$F_{0.1}$	3.458	3.360	3.285	3.225	3.177	3.136	3.102	3.073	3.048
$F_{0.05}$	5.318	5.117	4.965	4.844	4.747	4.667	4.600	4.543	4.494
$F_{0.01}$	11.259	10.561	10.044	9.646	9.330	9.074	8.862	8.683	8.531
$F_{0.001}$	25.415	22.857	21.040	19.687	18.643	17.815	17.143	16.587	16.120

CASIO ClassWiz fx-991 CN CW 提供了简单的统计功能，按「主屏幕」按钮并选中「统计」后按「OK」键可以进入统计应用程序。统计应用程序提供了单变量统计和双变量统计两种模式，选中所需模式后按「OK」键即可进入统计编辑器。在统计编辑器中选中特定单元格，输入表达式后按「EXE」键即可录入或修改对应数据。在统计编辑器中按「OK」键即可选择查看统计结果或进行统计计算，对于双变量统计模式，还可以根据所选回归类型进行回归计算，其中「y=ax+b」为线性回归。选中「统计计算」模式后按「OK」键即可进入统计计算屏幕，在统计计算屏幕中按「返回」键即可回到统计编辑器。在统计计算屏幕中，按「目录」按钮并选中「统计」后按「OK」键，即可选择所需的统计量，如「求和」中的平方和$\sum y^2$或「回归」中的相关系数r，将其插入计算表达式中光标所在的位置。

CASIO ClassWiz fx-991 CN CW 的 $y = ax + b$ 线性回归结果中，

$$a = \frac{n \cdot \sum xy - \sum x \cdot \sum y}{n \cdot \sum x^2 - (\sum x)^2} = \widehat{\beta_1}, \qquad b = \frac{\sum y - a \cdot \sum x}{n} = \widehat{\beta_0}$$

$$r = \frac{n \cdot \sum xy - \sum x \cdot \sum y}{\sqrt{(n \cdot \sum x^2 - (\sum x)^2)(n \cdot \sum y^2 - (\sum y)^2)}}$$

另外，CASIO ClassWiz fx-991 CN CW 亦在计算屏幕中提供了强大的存储功能，按「SHIFT」键后再按「格式」键可以插入「Ans」即上个表达式的值。按「目录」后选中「多语句/赋值」按「OK」键，可以选择插入赋值运算符，将此运算符置于表达式最右侧后按「EXE」键计算，可将其左侧表达式的值存储到对应的存储器中。按「变量」按钮可查看所有存储器的值，选中所需的值后按「OK」键，选中「调用」后按「OK」键，即可将其插入计算表达式中光标所在的位置，而选中「编辑」后按「OK」键则可在计算屏幕中直接输入表达式，并以其结果更新对应存储器的值。

CASIO ClassWiz fx-991 CN CW 所能提供的统计计算结果是有限的，但通过对未提供的统计量进行适当变形，可以仅利用所提供的统计量得到所求表达式的值，从而避免展开统计量进行逐项求和。事实上，对 W26-W27 中所需计算的表达式进行适当化简后，基本上可以仅使用 CASIO ClassWiz fx-991 CN CW「回归」中所提供的统计量完成解答。另外，适当使用 CASIO ClassWiz fx-991 CN CW 所提供存储功能，并**统筹规划计算任务以避免重复录入数据**，可以进一步地降低计算量。

在解答本题所有统计计算的问题时，如涉及利用 CASIO ClassWiz fx-991 CN CW 得到的结果，**无需列出计算公式或写出计算细节**，仅需给出所得到结果的值。

W26. 通过计算判定在所给出的数据中，在 99.9% 的显著性水平上，*fm* 对 *hm*，*hs* 对 *dh*，*ul* 对 *rd* 各自是否适用幂律方程。（6 分）

在评价动物生长发育中的幂律关系时，等速生长对应的标度幂指数往往被作为零假设，即如果在统计学意义上，线性回归所得的标度幂指数显著偏离了零假设，那么就认为存在异速生长，反之则认为等速生长。显然，对于骨骼测量学各参数之间的关系而言，长度与长度之间标度幂指数朴素预期理应为1，即骨骼测量学参数间的等速生长关系意味着在生长发育过程中的等比例缩放。判断线性回归所得的$\widehat{\beta_1}$是否偏离零假设β_1，可以使用 Student t 检验

$$t = \frac{\widehat{\beta_1} - \beta_1}{\sqrt{\frac{\mathrm{SSE}}{S_{xx}(n-2)}}}$$

根据自由度 $\nu = n - 2$ 可以计算在给定显著性水平$(1-p)$上的检测阈值$t_p(\nu)$。若$t > t_p(\nu)$，则说明在给定显著性水平$(1-p)$上线性回归所得的$\widehat{\beta_1}$偏离了零假设β_1。下表选录了在 80%, 90%, 95%, 99%, 99.9% 五种显著性水平上，部分ν取值分别对应的检验阈值$t_{0.2}$，$t_{0.1}$，$t_{0.05}$，$t_{0.01}$，$t_{0.001}$。

ν	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$t_{0.2}$	1.397	1.383	1.372	1.363	1.356	1.350	1.345	1.341	1.337
$t_{0.1}$	1.860	1.833	1.812	1.796	1.782	1.771	1.761	1.753	1.746
$t_{0.05}$	2.306	2.262	2.228	2.201	2.179	2.160	2.145	2.131	2.120
$t_{0.01}$	3.355	3.250	3.169	3.106	3.055	3.012	2.977	2.947	2.921
$t_{0.001}$	5.041	4.781	4.587	4.437	4.318	4.221	4.140	4.073	4.015

W27. 通过计算判定在所给出的数据中，在 80% 的显著性水平上，*fm* 对 *hm*, *hs* 对 *dh* 各自是否符合等速生长关系。(6 分)

【提示：比较 R^2 的两种不同表达式，以寻找 SSE 的简单算法。】

Welch t 检验可以用于判断两组样本各自代表的总体是否具有相同的均值。若两组样本各自的容量分别为 n_x 和 n_y，对应的均值分别为 $\bar{x}$ 和 $\bar{y}$，对应的标准差分别为 s_x 和 s_y，则有

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{s_x^2}{n_x} + \frac{s_y^2}{n_y}}} \qquad \nu \approx \frac{\left(\frac{s_x^2}{n_x} + \frac{s_y^2}{n_y}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_x^2}{n_x}\right)^2}{n_x - 1} + \frac{\left(\frac{s_y^2}{n_y}\right)^2}{n_y - 1}}$$

（对于容量为n_w的样本，若均值为$\bar{w}$，则标准差 $s_w = \sqrt{\frac{1}{n_w - 1}\sum_{i=1}^{n_w}(w_i - \bar{w})^2}$。标准差同样可以通过 CASIO ClassWiz fx-991 CN CW 的统计计算功能进行计算。）

Welch t 检验与 Student t 检验同为 t 检验，使用相同的阈值函数$t_p(\nu)$相同。在给定显著性水平$(1-p)$上的检验阈值 $t_p(\nu)$ 是自由度 ν 的单调函数。若 $|t| > t_p(\nu)$, 则说明所检验的两组样本各自代表的总体在显著性水平 $(1-p)$ 上具有不同的均值。

W28. 通过计算判定在所给出的数据中，在 99% 的显著性水平上，骨骼测量学参数 dh, hs, hm, fs 各自是否有性双形现象。(4 分)

邹氏检验 (Chow test) 可以检验两组独立数据的线性回归方程参数是否相同，记两组数据各自的样本容量分别为 n_1 和 n_2，对应各自独立进行线性回归的残差平方和分别为 SSE_1 和 SSE_2，而两组数据组合后共同进行线性回归的残差平方和为 SSE_0，则有

$$C = \frac{\frac{\mathrm{SSE}_0 - (\mathrm{SSE}_1 + \mathrm{SSE}_2)}{2}}{\frac{\mathrm{SSE}_1 + \mathrm{SSE}_2}{(n_1 + n_2) - 4}}$$

根据自由度 $\nu = (n_1 - 2) + (n_2 - 2)$ 可以计算在给定显著性水平$(1-p)$上的检测阈值 $C_p(\nu)$。若$C > C_p(\nu)$，则说明在给定显著性水平$(1-p)$上两组独立数据对应的线性回归方程参数不同。下表选录了在 80%, 90%, 95%, 99%, 99.9% 五种显著性水平上，部分ν取值

分别对应的检验阈值$C_{0.2}$，$C_{0.1}$，$C_{0.05}$，$C_{0.01}$，$C_{0.001}$。

ν	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$C_{0.2}$	1.981	1.935	1.899	1.870	1.846	1.826	1.809	1.795	1.783
$C_{0.1}$	3.113	3.006	2.924	2.860	2.807	2.763	2.726	2.695	2.668
$C_{0.05}$	4.459	4.256	4.103	3.982	3.885	3.806	3.739	3.682	3.634
$C_{0.01}$	8.649	8.022	7.559	7.206	6.927	6.701	6.515	6.359	6.226
$C_{0.001}$	18.494	16.387	14.905	13.812	12.974	12.313	11.779	11.339	10.971

W29. 通过计算判定在所给出的数据中，在 **90%** 的显著性水平上，***fm*** 对 ***hm***, ***hs*** 对 ***dh*** 的幂律关系，各自是否表现出性双形现象。（**6** 分）

W30. 根据所完成统计检验的判别结果，尝试分别简要解释 ***dh/hs*** 和 ***hm/fm*** 两种比值指标为何可以作为推测判定胡氏贵州龙性别的初步依据。（**2** 分）

W31. 你认为比值指标 ***rd/ul*** 是否有潜力用于胡氏贵州龙性别的初步判别？请利用上述统计检验思想，结合相关计算结果，简要说明理由。（**3** 分）